

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ
ВЫСШИХ И СРЕДНИХ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЗАОЧНЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А. Г. ЯБЛОНСКИЙ

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ
ГЕОМЕТРИЯ
(ПЕРСПЕКТИВА)

ПРОСВЕЩЕНИЕ • 1966

365
/ 10

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ВЫСШИХ И СРЕДНИХ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

Московский государственный заочный педагогический институт

А. Г. ЯБЛОНСКИЙ

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ
ГЕОМЕТРИЯ
(ПЕРСПЕКТИВА)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ-ЗАОЧНИКОВ
ХУДОЖЕСТВЕННО-ГРАФИЧЕСКИХ ФАКУЛЬТЕТОВ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОСВЕЩЕНИЕ»
Москва 1966

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее пособие по курсу перспективы предназначается для студентов-заочников художественно-графических факультетов педагогических институтов.

Данное руководство задумано и выполнено в форме методического пособия, которое поможет студенту закрепить теоретические основы курса перспективы, сообщив ему практические приемы решения задач по всем основным разделам курса.

Материалы пособия распределены соответственно программе курса перспективы, читаемого на 5 и 6 семестрах художественно-графического факультета Московского государственного заочного педагогического института.

К каждому заданию даются краткие теоретические указания и чертежи с примерами расположения материала на листе.

Все замечания, которые могут способствовать улучшению этого пособия, автор просит направлять по адресу: Москва, К-25, площадь Революции, д. 3/1, Московский государственный заочный педагогический институт.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

1. Точки, изображенные на картине, обозначаются прописными буквами латинского алфавита: *A*, *B*, *C* и т. д.

2. Основания этих точек обозначаются строчными буквами латинского алфавита: *a*, *b*, *c* и т. д.

3. Точки и их основания в предметном пространстве обозначаются теми же буквами, что и на картине, с добавлением штриха: *A'*, *B'*, *C'*, *a'*, *b'*, *c'* и т. д.

4. Точки и их основания при совмещенном положении предметной плоскости с картинной плоскостью обозначаются теми же буквами, что и на картине, с добавлением двух штрихов: A'' , B'' , C'' , a'' , b'' , c'' и т. д.

5. Последовательность точек отмечается нижним индексом: A_1 , A_2 и т. д.

6. Предельная точка прямой обозначается прописной буквой F .

7. Предельная точка основания этой прямой обозначается строчной буквой f .

8. Светящаяся точка и ее основание обозначаются буквой с добавлением значка * по типу: S^* , s^* .

9. Солнце или точка схода перспектив солнечных лучей и их оснований обозначаются буквами F и f с добавлением нижнего индекса s по типу: F_s и f_s .

10. Тени от точек на картине обозначаются теми же буквами, что и соответствующие им элементы в натуре, с добавлением значка * по типу: A_* , B_* , C_* и т. д.

11. Углы обозначаются строчными буквами греческого алфавита: α , β , γ .

12. Прямой угол обозначается дугой с точкой внутри.

13. Совпадение двух точек или прямых обозначаются значком \equiv , например: $A \equiv B$, $AC \equiv ac$ и т. д.

14. Пересечение двух прямых, плоскостей и т. д. обозначаются значком \times : $AB \times CD = E$, $P_\kappa \times Q_\kappa = N$, $P_n \times Q_n = M$, $P \times Q = MN$.

15. Параллельность прямых и плоскостей значком \parallel : $AB \parallel CD$, $P \parallel Q$.

16. Соответствие двух точек или прямых обозначается \simeq : $A \simeq A''$, $\triangle ABC \simeq \triangle A'B'C'$, $A''B'' \simeq AB$.

ЛИТЕРАТУРА

ГОСТы «Чертежи в машиностроении», 3450-59, 3453-59, 3454-59.

Н. А. Глаголев, Начертательная геометрия, М., Гостехиздат, любое издание.

Н. Ф. Четверухин, Проективная геометрия, М., Учпедгиз, 1953.

А. И. Добряков, Курс начертательной геометрии, М.—Л., Госстройиздат, 1952.

Г. А. Владимирский, Перспектива, М., Учпедгиз, 1958.

В. И. Евтеев, А. Я. Зметный, И. В. Новиков, Построение перспективного рисунка, М., Учпедгиз, 1963.

Е. С. Тимрот, Начертательная геометрия, М., Госстройиздат, 1962.

1. ВЫПОЛНЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО ПЕРСПЕКТИВЕ

§ 1. Общие указания

Знания, полученные во время сессии по курсу перспективы, позволяют студентам самостоятельно выполнять работу аналогичной тематики в межсессионный период.

Выполнение контрольной работы рекомендуется вести в следующем порядке:

1. Ознакомление с заданием по настоящему руководству, в котором даны необходимые указания для самостоятельного исполнения работы.

2. Ознакомление с вопросами для самопроверки, указанными в каждом задании.

3. Выполнение графической работы по заданию в той последовательности, какая указана в настоящем руководстве.

4. Ознакомление с литературой, указанной в списках в конце каждого задания.

§ 2. Рекомендации по выполнению контрольной работы

а) Оформление работы

Контрольная работа № 5 состоит из четырех заданий и выполняется на листах чертежной бумаги формата 3 (407 × 288) или формата 12 (420 × 297).

К каждому заданию прилагается объяснительная записка на листе писчей бумаги формата 4 (288 × 203). Объяснительная записка исполняется чернилами на обратной стороне листа, и поэтому подшивное поле ее (25 мм по стороне 288) оставляется справа для брошюровки в обложку (рис. 1).

Задание 17

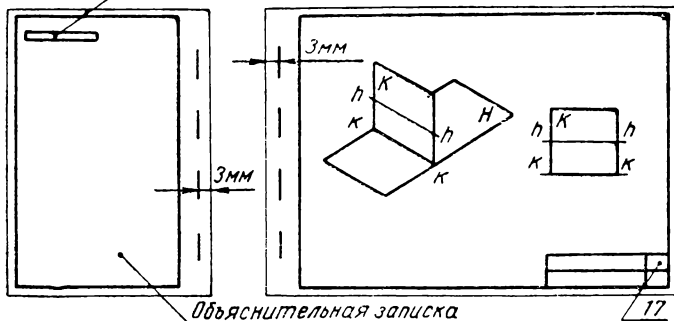


Рис. 1

Рис. 2

Каждый лист формата 3 (407×288) или формата 12 (420×297) оформляется рамкой с трех сторон на расстоянии 5 мм от границы формата, а с четвертой — левой стороны — на расстоянии 25 мм (подшивное поле для брошюровки в обложку). В правом нижнем углу должен быть выполнен штамп (рис. 2).

Все листы контрольной работы № 5 должны быть прочно сшитыми в одной обложке. Листы следует сшивать только скрепками из тетради, закрепляя их на расстоянии 2—3 мм от границы формата, причем листы пришиваются к нижней половине обложки; верхняя половина обложки остается свободной (рис. 3).

Задание 17

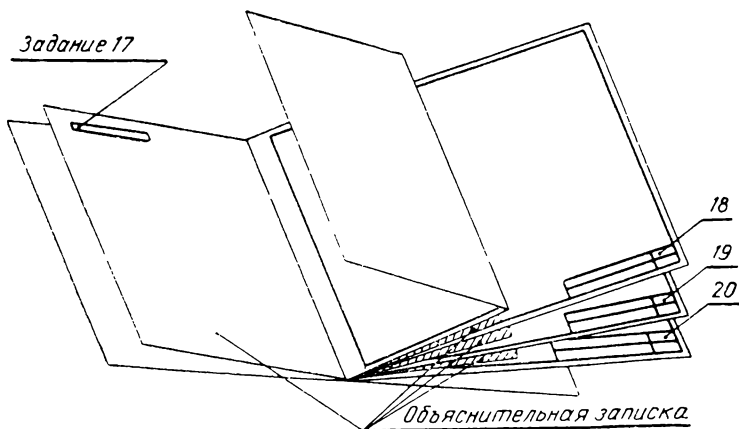


Рис. 3

б) Оформление обложки

Надписи на обложке исполнять тушью прямым стандартным шрифтом только прописными (заглавными) буквами (ГОСТ 3454-59, надписи без наклона к основанию строки).

Содержание надписей на обложке и размеры шрифтов указаны в таблице 1.

Таблица 1

Надпись	Размер шрифта
МГЗПИ	7
Художественно-графический факультет	5
Фамилия и инициалы	10
Шифр	3,5
Начертательная геометрия	14
Номер работы	20
Адрес	3,5
Год выполнения работы	5

Надписи на обложке выполнять с предварительным построением сетки. Композиционное оформление обложки представлено на рисунке 4.

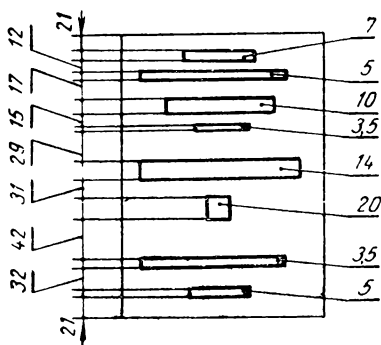


Рис 4

Фамилию студента и шифр писать чернилами, а остальную надпись выполнять тушью, предварительно разбавив ее водой до светло-серого цвета¹.

Графическое выполнение штампа представлено на рисунках 5 и 6.

г) Последовательность выполнения построения картины

1. Выбрать габаритные размеры и форму картины с учетом предполагаемого изображения.

2. Разметить ее положение на листе и построить основные элементы картины.

Размещение картины на поле чертежа следует выбирать так, чтобы изображение было соразмерно полю чертежа. Большая, а равно и относительно малая картина при любом размещении на формате производят малоприятное впечатление.

3. Приступить к разметке и построению картины.

В стадии разметки и построения все линии независимо от их назначения выполнять карандашом Т или ТМ (без нажима на бумагу) сплошными тонкими линиями толщиной $b = 0,15$ мм. В стадии разметки и построения также выполняются карандашом (стандартным шрифтом) поясняющие надписи, обозначения основных элементов картины и все точки и линии, участвующие в построении. Надписи и обозначения рекомендуется выполнять с построением сетки. Отрезки прямых заданных размеров строить при помощи измерителя, циркуля и масштабной линейки. Графит в циркуле, предназначенном для построения, должен быть твердым Т или 2Т.

При проведении перспективы параллельных прямых, имеющих общую точку схода, следует пользоваться установленной в этой точке тонкой швейной иглой № 0 или № 1 (рис. 7), к которой и прикладывается линейка для проведения линий в эту точку схода. Если в эту точку схода требуется провести больше двух линий, то для точности построения из этой точки схода проводится вспомогательная дуга окружности, замыкающая перспективу крайних

¹ Перспективные построения, а равно рамка, штамп, надписи и обозначения, обведенные черной тушью, делают картину сухой и маловыразительной.

линий, а остальные линии семейства прямых проводятся только до этой дуги окружности.

4. После построения картины следует приступить к закраске ее акварелью. Закраска акварелью выполняется с е т л ы м и, с л а б ы м и т о н а м и т а к, ч т о б ы в с е в с п о м о г а т е л ь н ы е л и н и и п о с т р о е н и я и о б о з н а ч е н и я б ы л и я с н о р а з л и ч и м ы н а к а р т и н е.

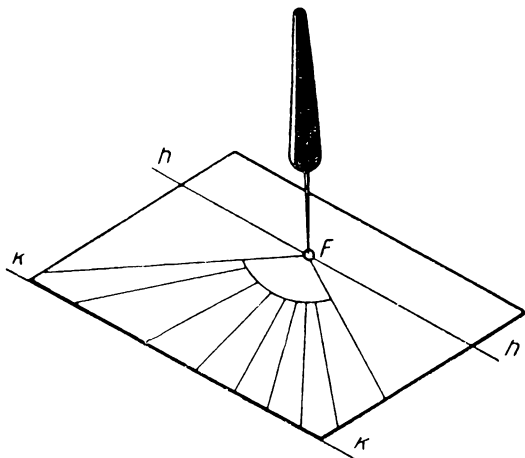


Рис. 7

5. Все линии чертежа обвести тушью. Вначале обводить тушью линии видимого контура. Обводку рекомендуют начинать с к р и в ы х л и н и й. Вспомогательные линии построения и линии невидимого контура¹ обводить тонкими сплошными линиями.

Тушь для обводки разбавить водой до светло-серого цвета.

Обводка поясняющих надписей и буквенных обозначений должна явиться завершающей стадией работы над картиной.

6. Исправить замеченные недостатки и очистить поле чертежа от линий карандаша.

На одном листе рекомендуется располагать решения не более двух задач. Размещение заданных объектов на листах представляется самому студенту.

¹ Линия невидимого контура оставляется как бы в стадии построения.

§ 3. Техника работы акварельными красками

Для работы акварелью бумага должна обладать следующими качествами:

1. Хорошо воспринимать краску.

2. Краска, нанесенная на поверхность бумаги, не должна менять своего цвета. (Изменение цвета краски, нанесенной на поверхность бумаги, зависит от состава краски и от тех наполнителей, которые входят в состав бумаги.) Если возникает химическая реакция между краской и наполнителями бумаги, то изменение цвета краски произойдет.

Сорта бумаги, имеющие шероховатую поверхность, хорошо воспринимают краску. Каландрованная (или глаженная) бумага, т. е. бумага, имеющая гладкую, блестящую поверхность, для работы акварелью не желательна.

При нанесении раствора краски на поверхность бумаги последняя вспучивается, поэтому перед работой красками бумагу следует натягивать на доску.

Натягивание бумаги на доску выполняют в следующем порядке:

1. Края бумаги шириной 10—15 мм смазывают декстриновым или столярным клеем.

2. Перевернув бумагу, накладывают ее на доску (лучше фанерную) и заглаживают края листа тряпкой.

3. Дав клею засохнуть, приклеенный лист бумаги смачивают водой при помощи широкой кисти; после подсыхания бумага будет пригодной для работы на ней акварелью.

Для работы акварелью обычно применяют круглые кисти. Лучшие из них изготовлены из колонкового волоса. В продажу они поступают от № 1 до № 24: № 1 соответствует наименьшему размеру кисти, № 24 — наибольшему.

Качество кисти проверяется смачиванием ее водой: если волоски увлажненной кисти (независимо от ее величины) собираются в конус, образуя острую вершину (напоминающую хорошо заостренный карандаш), то кисть хорошая.

Наиболее ценной и наиболее уязвимой частью кисти является ее острие (или кончик). Поэтому следует уделить особое внимание к сохранению его. Для этого рекомендуется следующее:

1. Использовать кисть только по ее прямому назначению, т. е. для нанесения раствора краски на поверхность бумаги.

2. После работы кисть хорошенько промыть водой, собрав ее аккуратно в конус, завернуть в чистую бумагу. Хранить кисть следует в специальной коробке.

При покрытии чертежа акварельной краской ее разводят в небольшом количестве воды (примерно на одну треть стакана воды несколько капель краски) с таким расчетом, чтобы раствор был оптически прозрачным. При невысококачественных акварельных красках раствору дают отстояться 5—10 мин.; за это время ненужные примеси выпадают на стенки и дно стакана, после чего раствор декантируют (т. е. осторожно переливают в другой стакан).

Способ декантации можно заменить фильтрованием. Для раствора краски рекомендуется брать свежее кипяченую воду¹.

Для того чтобы при закрашивании краска ложилась ровным тоном, закрашиваемую площадь рекомендуется сначала смочить чистой водой или нашатырным спиртом (последний особенно рекомендуется в тех случаях, когда бумага плохо воспринимает краску).

Когда бумага впитает воду, ее поверхность не будет блестеть (что легко заметить, если приподнять лист до уровня глаз). Наносить краску рекомендуется по увлажненной (но не сырой) поверхности бумаги.

Покрывать бумагу краской следует косым штрихом сверху вниз. Кисть должна быть достаточно сочной, но излишнее количество раствора краски не рекомендуется.

Оставшуюся лишнюю краску на листе бумаги собирают отжатой «сухой» кистью (обычно кисть отжимают тряпкой, предназначенной для этой цели).

Перед закрашиванием излишнее количество краски с кисти стряхивают или же отжимают о край стакана.

Прежде чем приступить к покрытию другой краской следующей поверхности, кисть нужно промыть в чистой воде. Воду для промывания кисти рекомендуется почаще менять.

Для ровного покрытия большого участка акварельной краской следует обеспечить свободный сток ее раствора, чтобы не возникало «луж», изменяющих тональность отдельных участков раскраски. Для этой цели рекомендуется следующее:

1. Кисть больших размеров.

¹ Свежекипяченая вода лучше растворяет краску, чем долго стоявшая вода.

2. Наклон доски.

3. Не наносить на чертеже лишнего раствора краски. Источник света должен быть слева.

Примечание. Оформление контрольной работы № 6 производится так же, как и работы № 5.

§ 4. Рецензирование контрольных работ

а) Контрольная работа в полном комплекте (§ 2, рис. 3) отсылается на рецензию. Представление на рецензию контрольной работы по частям не допускается.

б) После рецензирования контрольная работа вместе с рецензией возвращается студенту.

Каждый лист контрольной работы должен отмечаться подписью рецензента и датой рецензирования.

Замечания рецензента на чертежах нельзя стирать; они должны оставаться при предъявлении чертежей на зачете.

в) На повторную рецензию, в случае отрицательной оценки, нужно высылать всю работу полностью вместе со всеми предыдущими рецензиями по данной контрольной работе.

г) Представление контрольной работы не по своему варианту не допускается.

За номер варианта принимается последняя цифра номера (шифра) студенческого билета, например номер студенческого билета 64025, следовательно, выполнять надо 5-й вариант.

д) Сдача контрольных работ на рецензирование производится в установленные сроки.

§ 5. Зачет и экзамен по курсу

1. Сдача зачетов и экзаменов производится в установленные сроки по расписанию.

2. К зачету допускаются студенты, полностью выполнившие все работы, установленные рабочей программой и получившие положительную оценку.

3. По курсу устанавливается два зачета.

4. Зачет состоит из:

а) просмотра выполненных графических работ;

б) выполнения студентом зачетных графических заданий, объем и содержание которых утверждается кафедрой;

в) опроса по чертежам, выявляющего знание по темам контрольной работы.

5. После сдачи зачета контрольные работы студентов остаются на хранении в институте.

6. К экзамену допускаются студенты, полностью выполнившие все установленные рабочей программой работы и получившие зачет по контрольным работам.

7. Экзамен состоит из:

а) выполнения студентом графической работы по экзаменационному билету;

б) просмотра экзаменационной графической работы;

в) опроса, выявляющего знание всего курса.

8. За студентом сохраняется право на замену первого экзаменационного билета.

II. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ПОНЯТИЯ

§ 6. Линейная перспектива

Если принять глаз человека за центр проекции и смотреть на предмет сквозь стекло, помещенное между глазом наблюдателя и предметом, то световые лучи, идущие от точек данного предмета в глаз наблюдателя, образуют коническую поверхность с вершиной в глазу.

Точки пересечения этих лучей с плоскостью стекла и дадут изображение (перспективу) предмета. Такой способ изображения носит название линейной перспективы.

Начертательная геометрия изучает различные методы изображений: параллельные проекции, аксонометрические проекции, проекции с числовыми отметками и центральные проекции — перспектива.

При сравнении изображений по их наглядности перспективе по праву принадлежит первое место среди всех методов начертательной геометрии. Перспектива дает изображения предметов в том виде, в каком они представляются нам при непосредственном их рассматривании в натуре.

§ 7. Основные понятия

Расположим в пространстве в последовательном порядке: точку S , плоскость K и точку A' (рис. 8). Примем точку S за глаз наблюдателя (или центр проекций), плоскость K за картину (или плоскость проекций), точку A' за проектируемый предмет.

Для того чтобы спроектировать точку A' , т. е. получить ее изображение в картинной плоскости K , нужно соединить прямой линией центр проекций (точку S) с точкой A' .

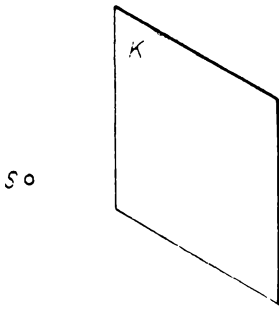


Рис. 8

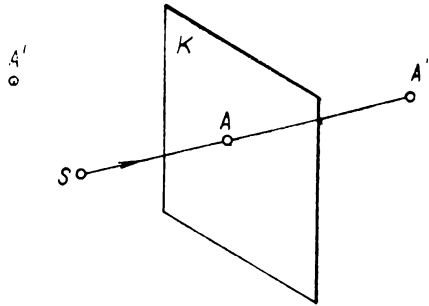


Рис. 9

Полученная прямая SA' называется в таком случае проектирующим лучом. Пересечение проектирующего луча SA' с картинной плоскостью K и дает нам точку A , т. е. мы получили изображение (или проекцию) точки A' на картинной плоскости K (рис. 9).

Полученная таким образом на картине K точка — изображение A называется перспективой точки A' .

Описанный процесс проектирования точки A' на картинную плоскость K при помощи прямой SA' , проходящей через центр проекций — точку S , называется методом центральной проекции.

Для получения перспективы на картинной плоскости какой-нибудь фигуры, например фигуры треугольника $A'B'C'$ (рис. 10), достаточно провести из точки S проектирующие

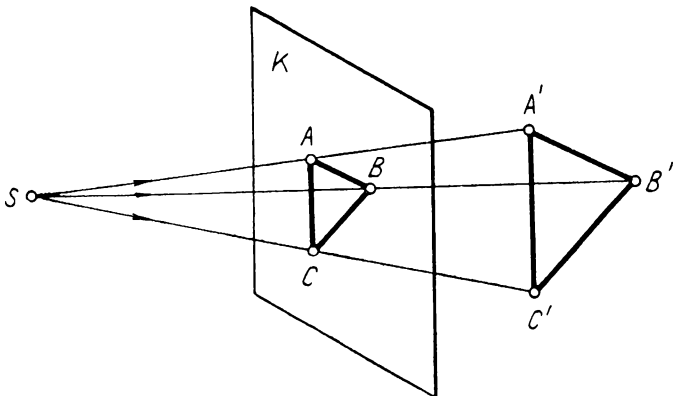


Рис. 10

лучи в вершины треугольника $A'B'C'$; пересечение проектирующих лучей с картинной плоскостью K и даст нам треугольник-изображение ABC в картинной плоскости K . Полученный треугольник ABC называют центральной проекцией (или перспективой) треугольника $A'B'C'$.

§ 8. Основная терминология и определения

Проектирующий аппарат. Проектирующий аппарат (рис. 11) состоит из следующих элементов: предметной плоскости, картинной плоскости, плоскости горизонта, нейтральной плоскости, главной плоскости.

Предметная плоскость. Предметная плоскость расположена горизонтально и служит основанием для изобра-

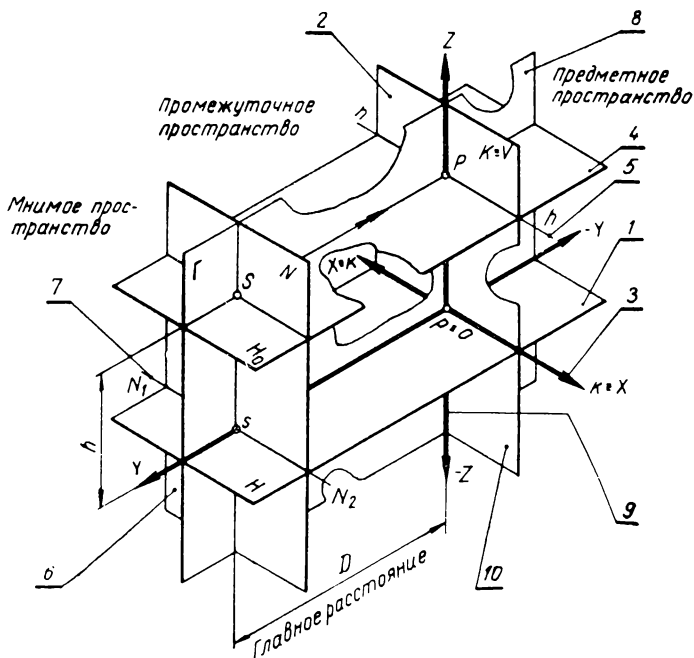


Рис. 11. Проектирующий аппарат:

1 — предметная плоскости; 2 — картинная плоскости; 3 — основание картинной плоскости; 4 — плоскость горизонта; 5 — линия горизонта; 6 — нейтральная плоскости; 7 — нейтральная линия; 8 — главная плоскости; 9 — линия главного вертикала; 10 — правая половина картины

жаемых предметов. Ее обозначают прописной (заглавной) буквой латинского алфавита H . При параллельном проектировании горизонтальную плоскость проекций H можно сопоставить с предметной плоскостью при центральном проектировании (рис. 11).

Картинная плоскость. Картинная плоскость расположена перпендикулярно к предметной плоскости H

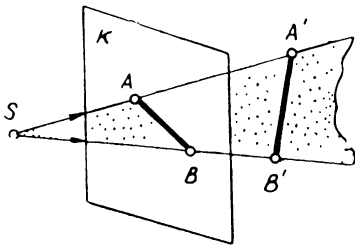


Рис. 12

и служит для построения изображений в ней (или построения перспективы) предметов, расположенных в предметном пространстве.

Картинную плоскость обозначают прописной буквой латинского алфавита K . При параллельном проектировании фронтальную плоскость проекций V можно сопоставить с картинной плоскостью K при центральном проектировании (рис. 11).

Основание картинной плоскости. Линию пересечения картинной плоскости K с предметной плоскостью H называют основанием картины K . Основание картинной плоскости K обозначают строчными буквами латинского алфавита kk . При параллельном проектировании ось проекций x можно сопоставить с основанием kk картины K при центральном проектировании (рис. 11).

Точка зрения. Глаз наблюдателя (или центр проекций), откуда проводят прямые линии (или проектирующие лучи) в точки, помещенные в предметном пространстве, называют точкой зрения и обозначают прописной буквой латинского алфавита S . При параллельном проектировании этот центр, удаленный в бесконечность, так называемый несобственный центр, можно сопоставить с центром проекций S при центральном проектировании, который называют собственным центром¹ (рис. 11).

При центральном проектировании проектирующие лучи идут из одной точки S (центра проекций), образуя пучок проектирующих лучей. В зависимости от формы проектируемого предмета этот пучок проектирующих лучей может

¹ Н. А. Глаголев, Начертательная геометрия, М., Гостехиздат, 1953, § 3.

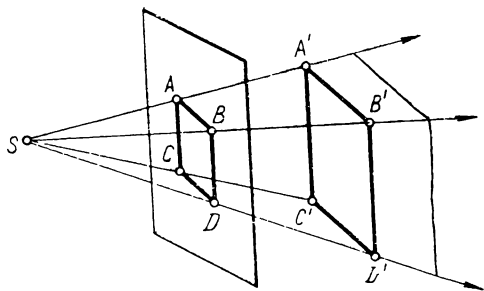


Рис. 13

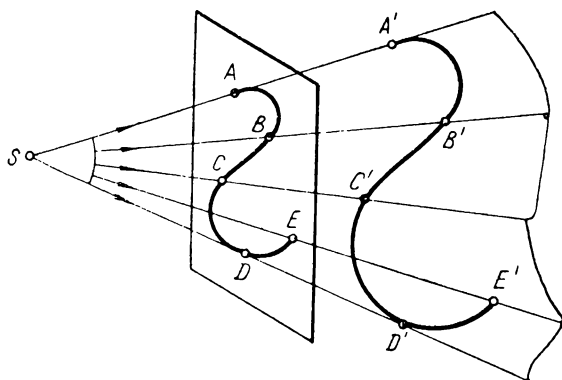


Рис. 14

иметь следующие формы: а) лучевой плоскости $SA'B'$; проектируемый предмет — отрезок прямой $A'B'$ (рис. 12) б) лучевой пирамиды, проектируемый предмет — ломаная замкнутая линия $A'B'C'D'$ (рис. 13); в) конической поверхности, проектируемый предмет — кривая не плоская линия $A'B'C'D'E'$ (рис. 14).

Точка стояния. Если из точки зрения S опустить перпендикуляр на предметную плоскость H , то основание этого перпендикуляра и будет точкой стояния; обозначают ее строчной буквой латинского алфавита s (рис. 11, 15).

Высота точки зрения. Превышение точки S над предметной плоскостью H будет перпендикуляром Ss , который и определит высоту точки зрения. Эту высоту

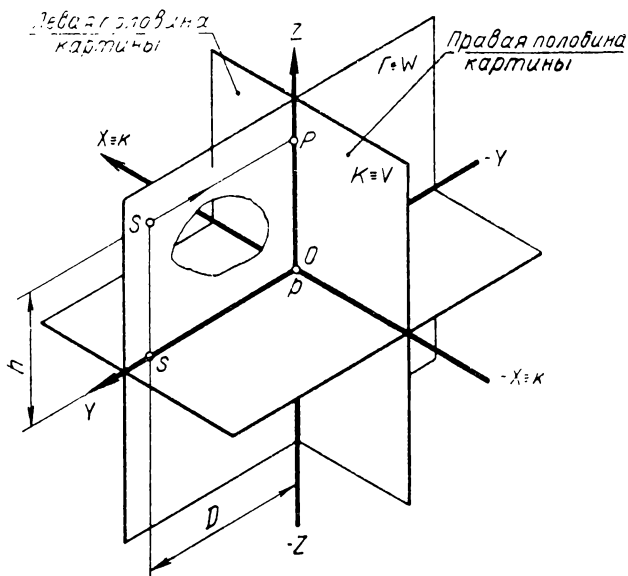


Рис. 15

обозначают строчной буквой латинского алфавита h (рис. 11, 15).

Главный луч зрения. Проведем из точки зрения S прямую SP перпендикулярно к плоскости картины K . Линию SP и называют главным лучом зрения (рис. 15).

Главная точка картины и ее основание. Пересечение главного луча SP с картиной K называют главной точкой картины. Эту точку обозначают прописной буквой латинского алфавита P . Опустим перпендикуляр из точки P на основание kk картины K ; основание этого перпендикуляра и будет называться основанием главной точки картины; обозначают его строчной буквой латинского алфавита p (рис. 15).

Главное расстояние. Расстояние по главному лучу от точки зрения S до главной точки P картины K называют главным расстоянием и обозначают прописной буквой латинского алфавита D (рис. 15).

Плоскость горизонта. Плоскость, проведенная через точку зрения параллельно предметной плоскости, очевидно, пройдет через главный луч SP и пересечет картинную

плоскость K по линии, параллельной основанию kk картины K . Такую плоскость и называют плоскостью горизонта. Обозначают ее прописной буквой латинского алфавита с отметкой нижнего индекса — H_0 (рис. 11).

Линия горизонта. Линию пересечения плоскости горизонта H_0 с картинной плоскостью K называют линией горизонта и обозначают строчными буквами латинского алфавита — hh . Линия горизонта всегда параллельна линии основания kk картины K (рис. 11).

Нейтральная плоскость. Плоскость, проведенная через точку зрения S параллельно картинной плоскости K , очевидно, пройдет через точку стояния и будет перпендикулярна к предметной плоскости H и плоскости горизонта H_0 . Такую плоскость называют нейтральной плоскостью (или плоскостью исчезновения). Нейтральную плоскость обозначают прописной буквой латинского алфавита N . Линию пересечения нейтральной плоскости N с предметной плоскостью H называют нейтральной линией и обозначают прописными буквами латинского алфавита N_1N_2 . Нейтральная линия N_1N_2 параллельна линии основания kk картины K и линии горизонта hh (рис. 11).

Предметное пространство. Пространство, находящееся за картинной плоскостью в сторону от зрителя, называют предметным пространством. Предназначается это пространство для изображаемых объектов (рис. 11).

Промежуточное пространство. Пространство, заключенное между нейтральной плоскостью N и картинной плоскостью K , называют промежуточным пространством (рис. 11).

Мнимое пространство. Пространство, смежное с промежуточным пространством и разделяемое нейтральной плоскостью, называют мнимым пространством. Нейтральная плоскость служит условной границей между промежуточным и мнимым пространствами. Предметы, находящиеся в мнимом пространстве, т. е. за спиной, зритель непосредственно видеть не может (рис. 11).

Главная плоскость. Плоскость, проходящая через главный луч зрения и перпендикулярная предметной и картинной плоскостям, называется главной плоскостью (или плоскостью главного вертикала). Обозначается эта плоскость прописной буквой русского алфавита G .

Главная плоскость делит картину на правую и левую половины. Линия пересечения главной плоскости

с картиной перпендикулярна основанию картины и проходит через главную точку P (рис. 11).

Главная линия картины. Линию пересечения главной плоскости с картинной плоскостью называют главной линией картины (или линией главного вертикала); она является условной границей между правой и левой половинами картины при условии, что зритель поставлен лицом к картине. Главную линию обозначают буквами латинского алфавита Pp (рис. 11).

§ 9. Координатная система проектирующего аппарата

Примем главную линию Pp за ось Z , основание kk картины K за ось X , линию пересечения sr главной плоскости с предметной плоскостью за ось Y . Началом осей координат, очевидно, будет основание p главной точки P (рис. 15, 16).

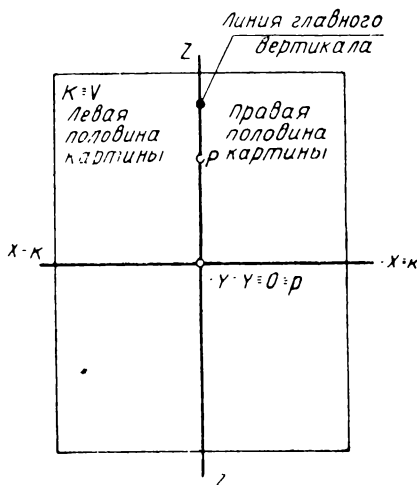


Рис. 16

§ 10. Основные элементы картины

- а) Главная точка картины P
- б) линия горизонта hh
- в) главное расстояние D
- г) основание картины kk

Эти элементы называют основными элементами картины (рис. 17, 18).

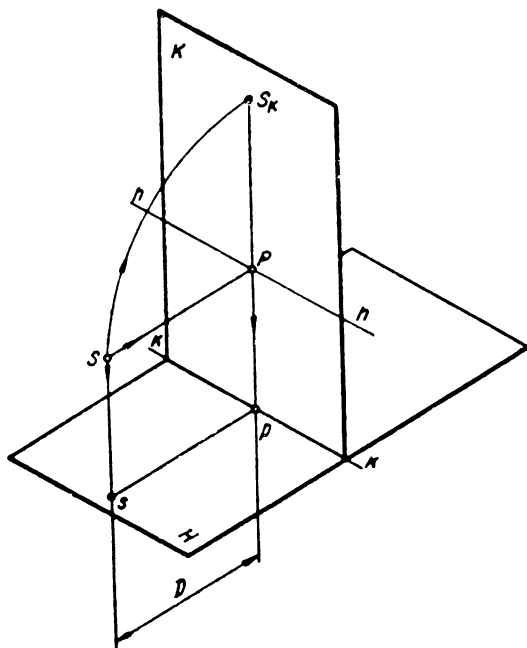


Рис. 17

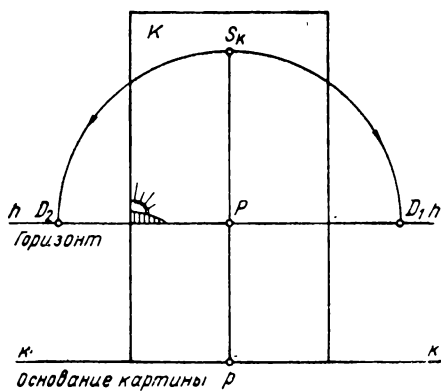


Рис. 18

§ 11. Перспектива точки, расположенной в предметном пространстве

На проектирующем аппарате в предметном пространстве представлена точка A' и ее ортогональная проекция a' на предметную плоскость (рис. 19). Построить ее перспективу.

Примечание. Точку a' называют в этом случае основанием точки A' . В дальнейшем ортогональные

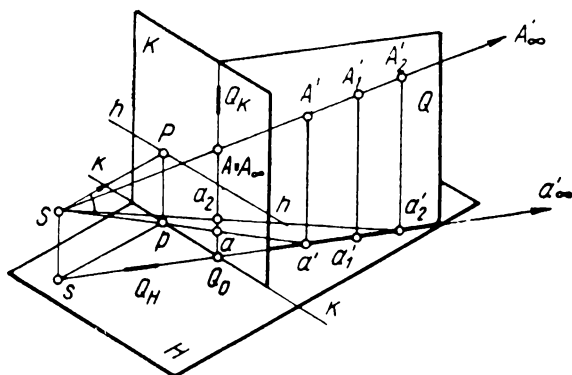


Рис. 19

проекции точек на предметную плоскость H мы будем называть основаниями.

Построение изображения A точки A' на проектирующем аппарате выполним при помощи вспомогательной проектирующей плоскости Q , в которой проведем проектирующие лучи из центра проекций S в точку A' и ее основание a' . На линии пересечения плоскостей Q и K проектирующие лучи отметят искомые точки.

Построение изображения A точки A' на картинной плоскости выполняется в следующем порядке (рис. 19): через отрезки Ss и $A'a'$, перпендикулярные к плоскости H , проведем вспомогательную плоскость Q , которая также будет перпендикулярна к предметной плоскости H .

Плоскость Q пересечет плоскость H по прямой sa' . Линию пересечения плоскостей Q и H обозначают Q_H и на-

зывают предметным следом плоскости Q . Изложенное запишем в следующем виде: $Q \times H = Q_n$. Точку пересечения основания картины с предметным следом Q_n обозначают Q_0 и называют началом (или начальной точкой) плоскости.

Таким образом, точка Q_0 принадлежит трем плоскостям: H , K и Q . Следовательно, через точку Q_0 будет проходить линия пересечения плоскости Q с картинной плоскостью K ; но так как картинная плоскость K перпендикулярна к предметной плоскости H , а, в свою очередь, вспомогательная плоскость Q также перпендикулярна к предметной плоскости H , то линия их пересечения будет тоже перпендикулярна к предметной плоскости H и линии основания kk картины K . Линию пересечения плоскости Q с картинной плоскостью K обозначают Q_k и называют картинным следом плоскости Q .

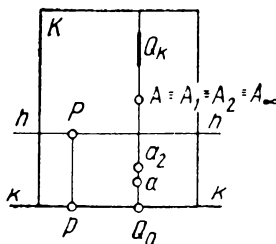


Рис. 20

Следовательно, картинный след Q_k плоскости Q проходит через точку Q_0 и перпендикулярен к основанию kk картины K . Точка Q_0 теперь является как результат пересечения следов:

$$Q_n \times Q_k = Q_0.$$

Итак, все подготовительные построения выполнены, построены линии пересечения вспомогательной плоскости Q с предметной и картинной плоскостями. Теперь только остается провести в плоскости Q проектирующие лучи из центра проекций S в точку A' и ее основание точку a' . Точки пересечения проектирующих лучей с картинным следом Q_k плоскости Q и будут искомыми. Построение закончено. На рисунке 20 показано перспективное изображение A точки A' на картине.

Посмотрим, как по перспективе A (рис. 19) определится точка A' . На рис. 19 видно, что сама точка A' не может быть определена только своей перспективой, так как все точки $A', A'_1, A'_2, \dots, A'_\infty$ проектирующего луча SA' имеют общую перспективу в точке A .

Вывод. Для нахождения точки A' в предметном пространстве необходимо иметь в картинной плоскости пер-

спективу A и перспективу ее основания a . По этим перспективам определяется единственная точка A' в предметном пространстве. Обратное также справедливо. По точке в предметном пространстве и ее основанию вполне определяется перспектива этой точки в картинной плоскости.

Заметим, что перспектива точки и перспектива основания этой же точки всегда должны находиться на одной прямой Aa , перпендикулярной к основанию картины. Прямую, соединяющую перспективу точки с ее основанием, называют линией связи.

На рисунке 20 показано перспективное изображение A, A_1, A_2 точек A', A'_1, A'_2 на картине. Прямые Aa, A_1a_1, A_2a_2 указывают на связь между точками и их основаниями, а то, что на картине изображены заданные точки предметного пространства, указывают их основания a, a_1, a_2 .

§ 12. Перспектива точки, расположенной в картинной плоскости

На проектирующем аппарате в картинной плоскости представлена точка A' (рис. 21). Построить ее перспективу.

На рис. 21 видно, что точка A' , принадлежащая картинной плоскости, совпадает со своим изображением: $A' \equiv A$, основание a' точки A' совпадает с основанием a изображения $A: a' \equiv a$. Основания этих точек лежат на основании картины и линии их связи также совпадают: $A'a' \equiv Aa$.

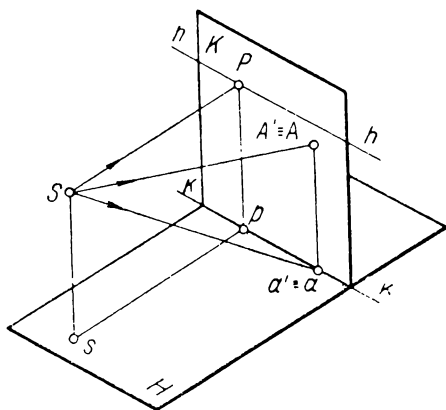


Рис. 21

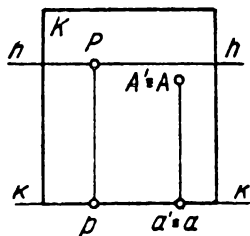


Рис. 22

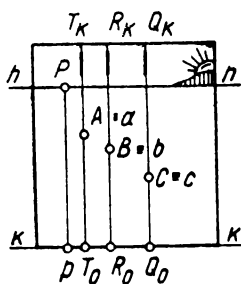


Рис. 24

На проектирующем аппарате (рис. 23) вспомогательные проектирующие плоскости не показаны, а построены и обозначены их следы и начальные точки.

Результат построения представлен на картине (рис. 24).

Вывод. Перспектива точки, принадлежащей предметной плоскости, совпадает с перспективой ее основания: $A \equiv a$, так как точка A' и ее основание a' на предметной плоскости находятся в одной и той же точке, т. е. также совпадают: $A' \equiv a'$.

Перспективы всех точек, принадлежащих предметной плоскости, расположены на картине между основанием kk картины K и линией горизонта hh (рис. 24).

Заметим, что точки предметной плоскости, наиболее удаленные от картинной плоскости, изображаются на картине ближе к линии горизонта hh . Это видно на рисунке 24.

§ 14. Координирование точек в предметном пространстве

В § 9 говорилось о принятом расположении осей координат на проектирующем аппарате. Вернемся еще раз к этому в связи с конкретным решением задач на построение точки в предметном пространстве по заданным ее координатам.

Обратимся к рисунку 15, из которого можно видеть, что ось абсцисс xx совпадает с основанием kk картины K , ось ординат yy — с отрезком прямой sp и ось аппликат zz — с отрезком прямой Pp . Начало аксонометрических осей, точка O , совпадает с основанием главной точки картины, точкой p .

Изложенное выше запишем в следующем символическом виде:

$$XX \equiv kk, \quad YY \equiv sp, \quad ZZ \equiv Pp, \quad O \equiv p.$$

Пример 1. По заданным координатам точки A' ($X = -18$, $Y = -17$, $Z = 33$) на проектирующем аппарате построить ее перспективу и указать, в какой половине картины расположена перспектива A точки A' .

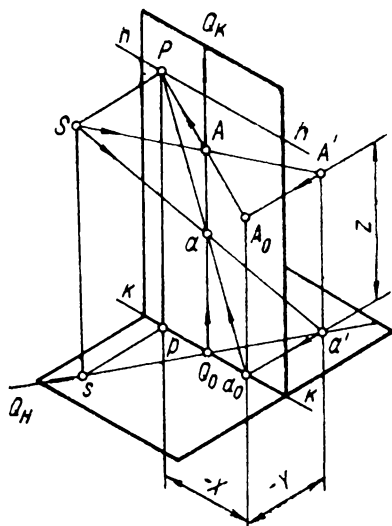


Рис. 25

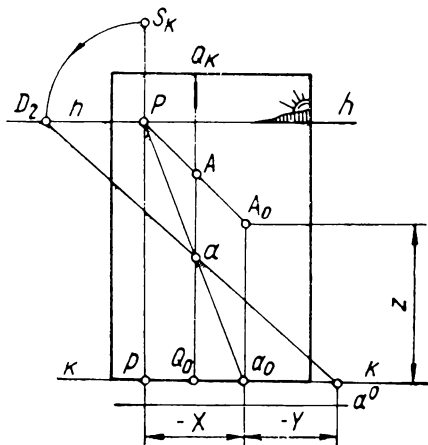


Рис. 26

Изображение A перспективы точки A' с картинной плоскости проектирующего аппарата перенести на картину.

Графическое решение представлено на рисунке 25 и выполнено в следующем порядке:

1. По данным координатам точки A' строим ее аксонометрическую проекцию. Построение производим без учета коэффициентов искажения.

2. Способом, описанным в § 11, по изометрической проекции точки A' строим ее перспективу.

3. Полученную перспективу A точки A' перенесем на картину (рис. 26). Изображение A на картине расположено вправо от линии главного вертикала, следовательно, изображенный объект (точка A) находится на правой половине картины. Полученный результат записан в таблицу 3 (размеры даны в миллиметрах).

Таблица 3

Точка	Координаты			Половина картины
	x	y	z	
A'	-18	-17	33	Правая

§ 15. Перспектива отрезка прямой, расположенной в предметном пространстве

На проектирующем аппарате в предметном пространстве представлен отрезок прямой $A'B'$ (рис. 27). Построить его перспективу.

Способом, описанным в § 11, построим перспективы точек A' и B' (концов заданного отрезка $A'B'$). Проектирующие лучи SA' и SB' , проведенные из центра проекций S через точки A' и B' , образуют плоскость $SA'B'$, называемую лучевой плоскостью и обозначенную буквой T (рис. 27).

Лучевая плоскость $SA'B'$ пересечет картинную плоскость K по прямой T_K . Следовательно, перспектива AB отрезка прямой $A'B'$ представляет также отрезок прямой AB . А то, что на картине изображен единственный отрезок

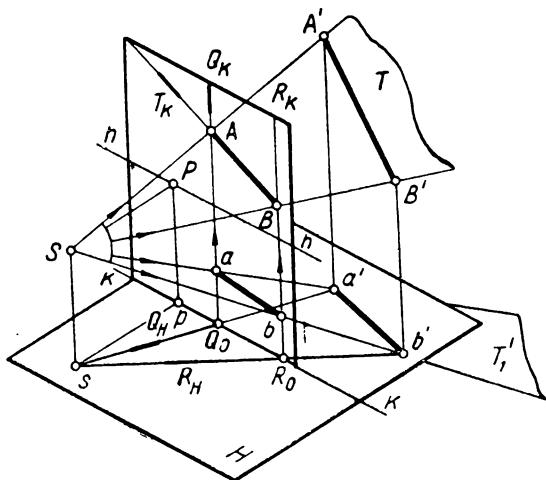


Рис. 27

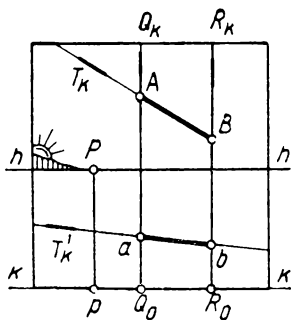


Рис. 28

предметного пространства, указывает перспектива ab его основания. Построение перспективы ab основания $a'b'$ аналогично построению перспективы AB отрезка $A'B'$.

Результат построения представлен на картине (рис. 28).

§ 16. Предельная точка прямой

В предметной плоскости представлена прямая $A'B'$ произвольного направления (рис. 29). Построить ее перспективу.

Способом, описанным в § 11, построим перспективу двух точек заданной прямой (отрезок).

При построении перспективы бесконечно удаленной точки F'_∞ заданной прямой $A'B'$ проектирующий луч SF'_∞ займет положение, параллельное этой прямой. По закону проектирования две параллельные прямые ($A'B' \parallel SF'_\infty$) считаются пересекающимися в проективном пространстве в несобственной точке F'_∞ . Для построения перспективы несобственной (или бесконечно удаленной) точки заданной прямой через проектирующий луч SF'_∞ и отрезок Ss проведем вспомогательную проектирующую плоскость Q . Предметный след Q_H плоскости Q займет положение, параллельное заданной прямой. Точка пересечения проектирующего луча SF'_∞ с картинным следом Q_K и будет перспективой F бесконечно удаленной точки F'_∞ заданной прямой. Несобственная точка F'_∞ на картинной плоскости

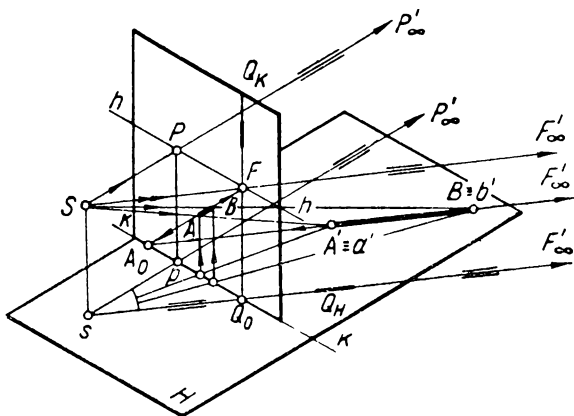


Рис. 29

изобразится точкой F . Точку F в отличие от несобственной точки F_∞ называют собственной точкой. При продолжении отрезков AB и $A'B'$ до пересечения с основанием картины получим для этих прямых общую точку A_0 . Представим это в символической записи:

$$AB \times kk = A_0; A'B' \times kk = A_0.$$

Следовательно, $AB \times A'B' = A_0 \equiv A'_0$, т. е. перспектива A_0 совпадает с самой точкой A'_0 . Точку A_0 , в таком случае, принято называть началом прямой. При продолжении перспективы AB отрезка $A'B'$ в сторону линии горизонта hh он пройдет через точку F и не может быть продолжен, так как точка F является перспективой бесконечно удаленной точки F'_∞ заданной прямой. Поэтому точку F называют концом прямой (или предельной точкой). Строя перспективу несобственных точек F'_∞

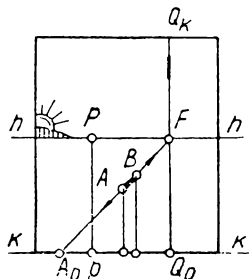


Рис. 30

и A'_∞ проективного пространства и собственных точек A' и B' евклидова пространства, мы получили графическое подтверждение того, что: 1) отрезки AB и $A'B'$ при своем пересечении дали на основании картины общую точку $A'_0 \equiv A_0$; 2) прямая AB прошла через перспективу F несобственной точки F'_∞ . Приходим к выводу: несобственные точки проективного пространства равноправны (в отношении центрального проектирования) с обыкновенными точками евклидова пространства. Следовательно, на картине можно построить бесконечную прямую; ее перспектива будет отрезком, т. е. конечной прямой.

На рисунке 30 показана перспектива этой прямой от ее начала — точки A_0 и до конца — точки F .

§ 17. Линия горизонта

Из курса проективной геометрии известно, что «на всякой прямой, принадлежащей данной плоскости, имеется одна несобственная точка. Две непараллельные прямые имеют разные несобственные точки, совокупность всех не-

собственных точек плоскости мы назовем несобственной прямой этой плоскости»¹.

Возьмем в предметной плоскости две непараллельные прямые A_1A_2 и B_1B_2 и построим способом, описанным в § 16, перспективы несобственных точек этих прямых (рис. 31).

Из построения видно, что

$$F_1Q_0 = Ss; F_2R_0 = Ss; Pp = Ss.$$

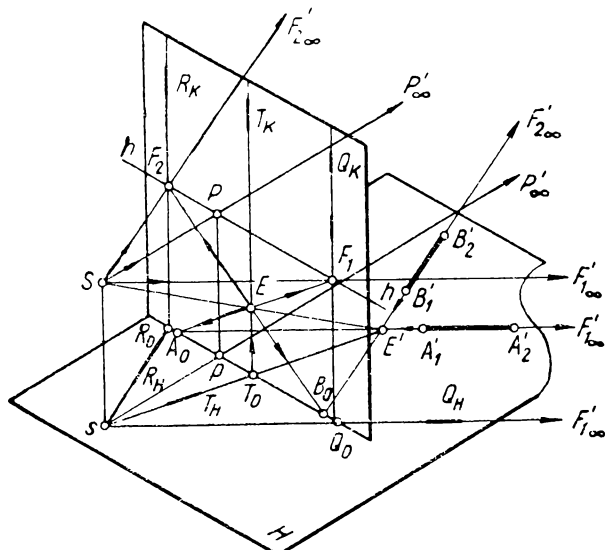


Рис. 31

Следовательно, $F_1Q_0 = F_2R_0 = Pp = Ss$, а это указывает, что перспективы бесконечно удаленных точек предметной плоскости расположены на картине на равном расстоянии от основания kk картины K и что это расстояние равно отрезку Ss , т. е. высоте точки зрения S , а отсюда следует, что линия, проведенная через предельные точки прямых, принадлежащих предметной плоскости, параллельна основанию kk картины K и расположена на одном уровне с точкой S , это и будет линия горизонта, т. е. перспектива несобственной прямой пред-

¹ Н. А. Глаголев, Начертательная геометрия, М., Гостехиздат, 1953, стр. 14—15.

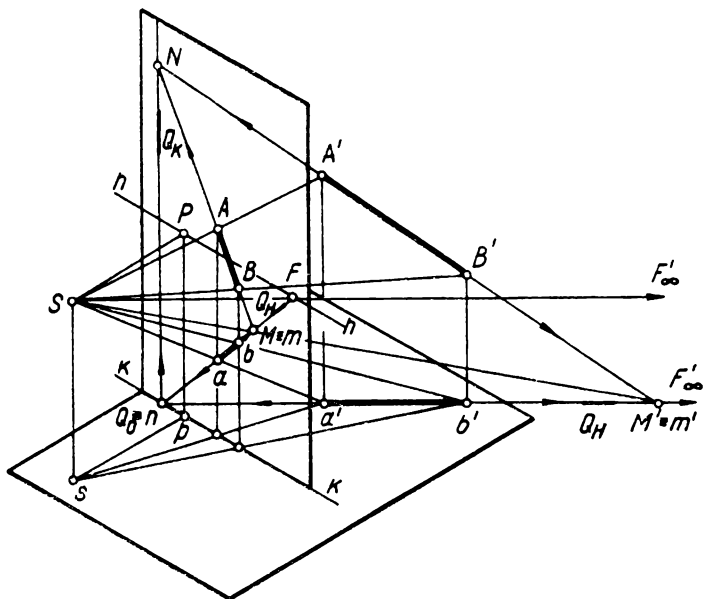


Рис. 35

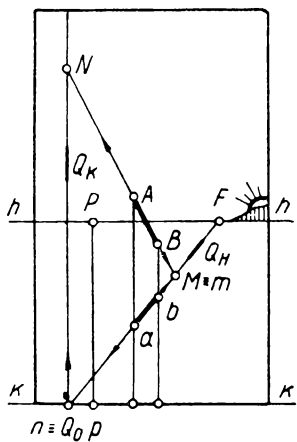


Рис. 36

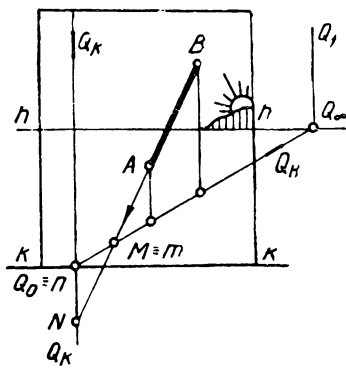


Рис. 37

и называют картинным следом прямой. Решение этой задачи показано на картине (рис. 36).

Пример 3. На картине (рис. 37) представлено перспективное изображение прямой AB . Построить предметный и картинный следы этой прямой.

Решение представлено в графическом виде на рисунке 37.

Пример 4. На картине (рис. 38) представлено перспективное изображение прямой AB . Построить следы этой прямой.

Решение представлено в графическом виде на рисунке 38.

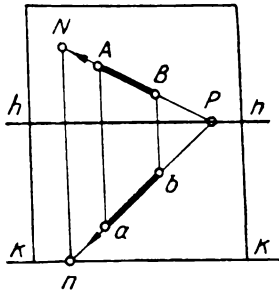


Рис. 38

§ 20. Различные положения прямой линии относительно картинной и предметной плоскостей

Главные прямые. Прямые, перпендикулярные к картине, называют главными (или глубинными) прямыми (рис. 39).

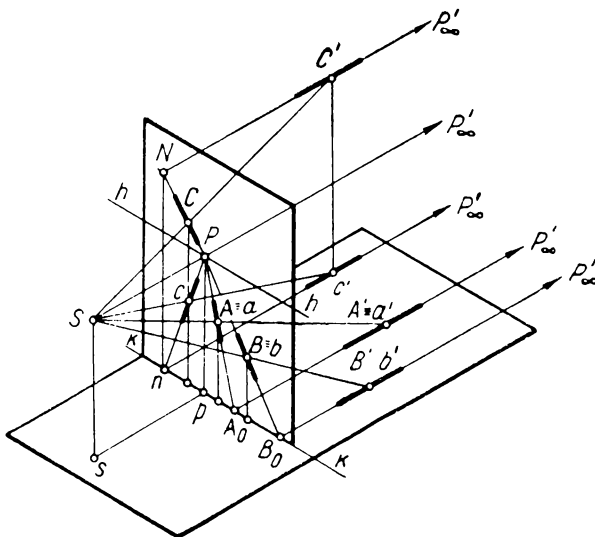


Рис. 39

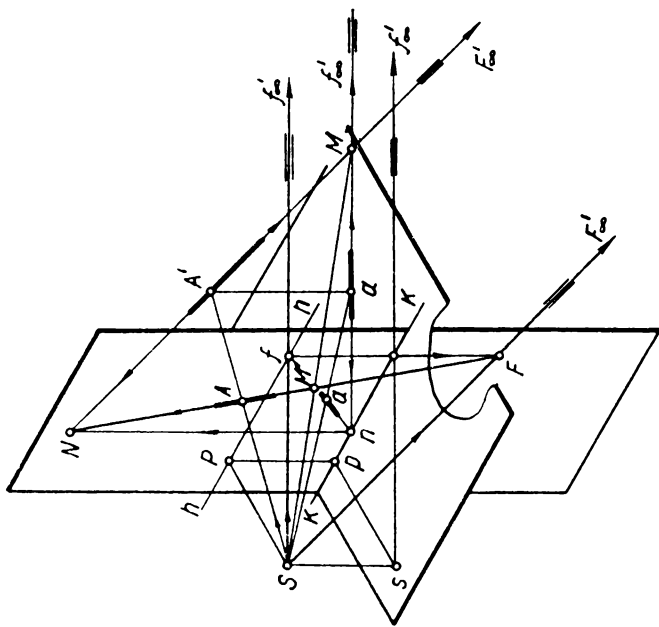


Рис. 45

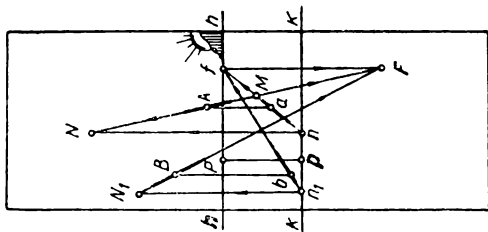


Рис. 46

Вертикальные прямые. Прямые, перпендикулярные к предметной плоскости, называют вертикальными прямыми (рис. 47—48).

Перспектива семейства вертикальных прямых

Графическое построение представлено на рисунках 47—48.

При построении перспективы несобственной точки F'_∞ семейства пучка вертикальных прямых по закону проектирования проектирующий луч SF'_∞ займет положение, параллельное вертикальным прямым, т. е. окажется в нейтральной плоскости N и будет параллелен картинной плоскости K (рис. 47). Следовательно, построение на картинной плоскости перспективного изображения несобственной точки F'_∞ пучка вертикальных прямых $A'B'$ и $E'C'$ отпадает. Поэтому на картине прямые вертикального положения точки схода не имеют и изображаются вертикальными прямыми, т. е. параллельными друг другу (рис. 48).

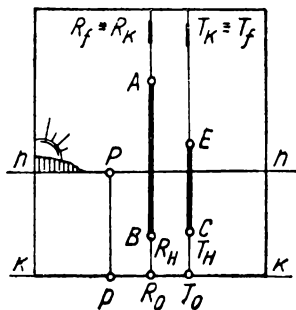


Рис. 48

Фронтальные прямые. Прямые, параллельные картинной плоскости, но не перпендикулярные к предметной плоскости, называют фронтальными прямыми (рис. 49—50).

Перспектива семейства фронтальных прямых

Графическое построение представлено на рисунках 49—50.

Построение предельной точки фронтальных прямых аналогично построению предельной точки вертикальных прямых.

Фронтальные прямые на картине точки схода не имеют и изображаются параллельными друг другу (рис. 50).

На рисунке 54 показано построение натуральной величины вертикального отрезка AB , изображенного на картине. Отрезки A_0B_0 и A^0B^0 равны натуральной величине отрезка AB .

Вывод. Для построения натуральной величины перспективы вертикального отрезка (рис. 53—54) достаточно провести через отрезок AB произвольную вспомогательную плоскость T и из предельной точки T_∞ предметного следа T_n плоскости T провести прямые через концы перспективы отрезка AB до пересечения с картинным следом T_k плоскости T .

§ 23. Масштаб глубин. Дистанционная точка

Масштаб, построенный на прямой, перпендикулярной к плоскости картины, называется масштабом глубин.

На проектирующем аппарате (рис. 55) проведем в предметной плоскости отрезок A_0B' перпендикулярно к плоскости картины и перенесем этот отрезок на основание картины. Для этого через точку B' проведем прямую под углом в 45° к основанию картины, отметим точку пересечения N_0 и обозначим перенесенный отрезок N_0A_0 .

Построим перспективу B точки B' как результат пересечения перспективы глубинной прямой A_0B' и перспективы прямой N_0B' , идущей к основанию картины под углом в 45° (§ 16—18). Отрезок A_0B является перспективой отрезка A_0B' , а отрезок $N_0A_0 = A_0B'$ (по построению). Следовательно, мы установили соотношение между размерами отрезка A_0B в перспективе и отрезка N_0A_0 в натуре, т. е. получили масштаб глубин. К такому же результату придем, если будем исследовать треугольник N_0BA_0 .

Прямая A_0P является перспективой глубинной прямой A_0B' ; следовательно, угол при вершине A_0 треугольника N_0BA_0 есть перспектива прямого угла треугольника $N_0B'A_0$, прямая N_0D_1 — перспектива прямой N_0B' , идущей под углом 45° к основанию картины (по построению); следовательно, угол при вершине N_0 есть перспектива угла в 45° и угол при вершине B — перспектива угла в 45° при вершине B' треугольника $N_0B'A_0$. Треугольник N_0BA_0 на картине является перспективой прямоугольного равнобедренного треугольника $N_0B'A_0$. Отре-

бедренного треугольника $A'B'N_0$). Мы нашли соотношение между размером отрезка $A'B$ в перспективе и размером отрезка $A'N_0$ в натуре, т. е. нашли масштаб для отрезка произвольного направления.

Примечание. Точку M называют в этом случае точкой деления или точкой перспективного масштаба.

Вывод. Измерение или деление в заданном отношении прямой произвольного направления можно выполнить при помощи точки перспективного масштаба. Для всякой прямой произвольного направления может быть построена одна точ-

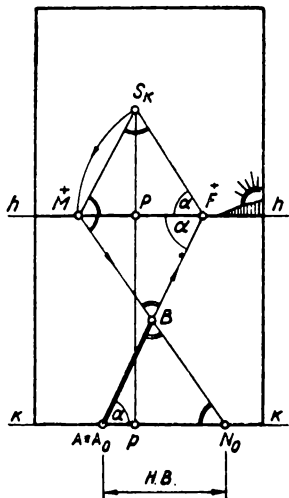


Рис. 58

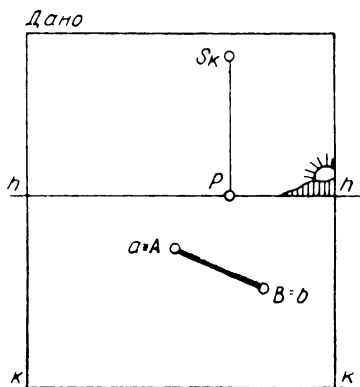


Рис. 59

ка перспективного масштаба. Две произвольного направления непараллельные прямые имеют разные точки перспективного масштаба.

На картине в предметной плоскости изображен отрезок произвольного направления (рис. 58). На рисунке 58 видно, как строится точка перспективного масштаба для отрезка произвольного направления и как при помощи точки перспективного масштаба определяется натуральная величина $A'N_0$ заданного отрезка $A'B$.

Пример 5. Построить натуральную величину отрезка AB произвольного направления, расположенного в предметной плоскости (рис. 59).

Решение. Графическое построение представлено на рисунке 60 и выполнено в следующем порядке:

1. Строим предельную точку \bar{F} прямой AB (§ 16).

2. Строим точку \bar{M} перспективного масштаба прямой AB .

Из точки \bar{M} проведем линии переноса через концы отрезка AB до пересечения с основанием картины в точках A_0 и B_0 . Отрезок A_0B_0 и будет искомым.

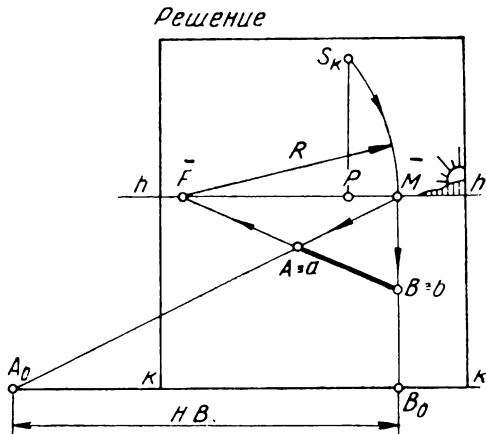


Рис. 60

Примечание. Точку перспективного масштаба, расположенную слева от главной точки P , обозначают \bar{M}^+ , а точку — справа от главной точки — \bar{M} . Предельные точки прямых произвольного направления, идущих слева направо, обозначают \bar{F} , а справа налево — \bar{F} .

Пример 6. Отрезок AB расположен произвольно в пространстве (рис. 61). Заданный отрезок разделить в перспективе на три равные части.

Решение. Графическое построение представлено на рис. 62 и выполнено в следующем порядке:

1. Делим основание ab отрезка AB на три равные части. Для этого основание ab при помощи точки \bar{M} и прямой $\bar{M}a$ перенесем на фронтальную прямую a_0b_0 (§ 16, 24).

2. Отрезок $a_m b$ при помощи вспомогательного луча делим на три равные части (по свойству параллельных прямых, пересекающих стороны угла).

3. При помощи линий переноса и точки M делим основание отрезка AB на три равные части. Точки пересечения обозначим e и c .

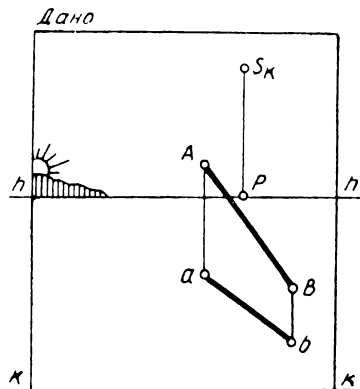


Рис. 61

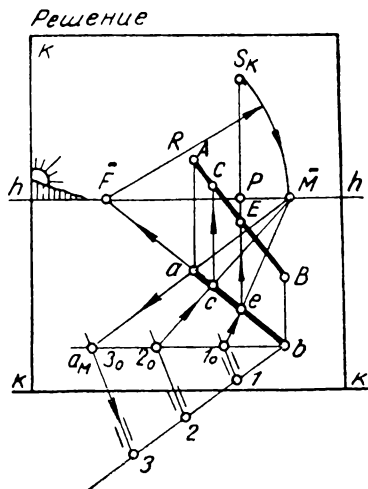


Рис. 62

4. Из полученных точек e и c вертикальные прямые отметят на отрезке AB искомые точки E и C . Отрезки AC , CE и EB делят отрезок AB в натуре на три равные части $AC = CE = EB$.

§ 25. Деление и увеличение отрезка, заданного в перспективе

Пример 7. Отрезок AB разделить на две равные части (рис. 63).

Решение. Через точку A проведем в предметной плоскости фронтальную прямую и отложим на ней от точки A два произвольных равных отрезка: $A-1 = 1-2$ (рис. 63).

Построим предельную точку F прямой $2-B$. Через точку 1 проведем прямую $F-1$ параллельно прямой $2-B$. Прямая $F-1$ пересечет отрезок AB в точке K и разделит

его (по свойству параллельных прямых, пересекающих стороны угла) на две равные части. В натуре отрезок $AK = KB$.

Пример 8. Отрезок AB разделить на две равные части (рис. 64).

Решение. Через концы отрезка AB проведем фронтальные прямые. Из произвольно выбранной на линии горизонта предельной точки F проведем параллельные

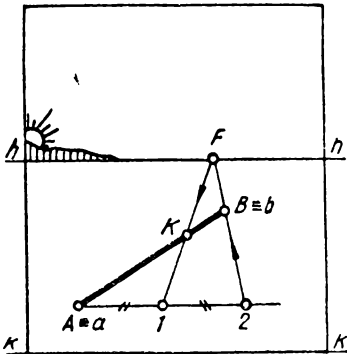


Рис. 63

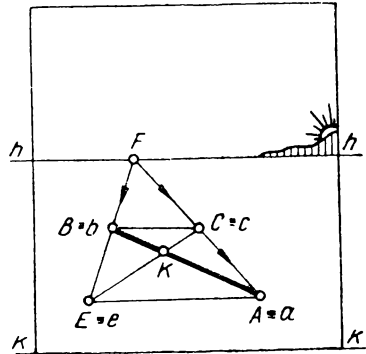


Рис. 64

прямые FA и FB . Эти прямые пересекут фронталы в точках C и E . Получившаяся фигура $AEBC$ в натуре представляет параллелограмм, так как $AE \parallel BC$, а $AC \parallel BE$.

Отрезок AB — диагональ параллелограмма $AEBC$. Проведем вторую диагональ EC . Эта диагональ отметит на отрезке AB точку K , разделяющую его (по свойству диагоналей параллелограмма) на две равные части. В натуре отрезок $AK = BK$.

Пример 9. Отрезок AB разделить на две равные части (рис. 65). Решение представлено в графическом виде на рис. 65.

Пример 10. На продолжении отрезка AB в сторону приближения к картине отложить равный ему отрезок BC (рис. 66).

Решение. Через точку A проведем фронтальную прямую и отложим на ней от точки A два произвольных равных отрезка: $AB_1 = B_1B_2$; построим предельную точку F прямой BB_1 . Через точку F проведем прямую FB_2 , параллельную прямой BB_1 . Продолжим прямые AB и FB_2 до

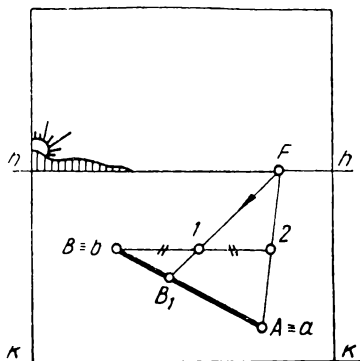


Рис. 65

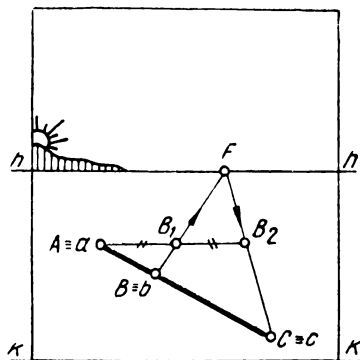


Рис. 66

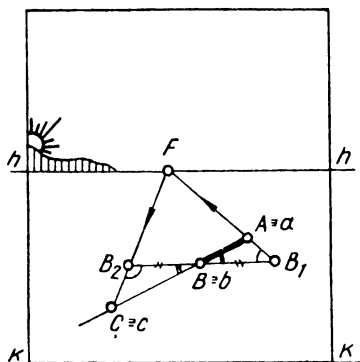


Рис. 67

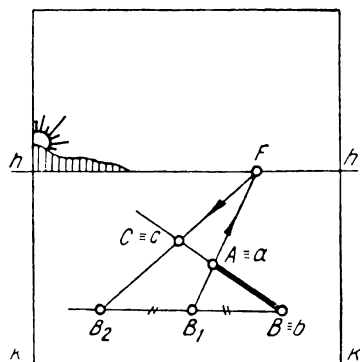


Рис. 68

пересечения в точке C . Полученный отрезок AC в натуре в два раза больше отрезка AB .

Пример 11. На продолжении отрезка AB в сторону приближения к картине отложить равный ему отрезок BC (рис. 67).

Решение. Через точку B проведем фронтальную прямую и отложим на ней от точки B произвольные равные между собой отрезки: BB_1 и BB_2 . Построим предельную точку F прямой AB_1 . Через точку B_2 проведем прямую FB_2 , параллельную прямой AB_1 . Продолжим прямую AB до пересечения с прямой FB_2 в точке C . Отре-

зок AC равен удвоенному отрезку AB , так как получившиеся треугольники ABB_1 и BB_2C в натуре равны между собой как треугольники, имеющие соответственно равные углы и равные стороны против соответствующих вершин (по построению).

Пример 12. На продолжении отрезка AB в сторону удаления от картины отложить равный ему отрезок AC (рис. 68).

Решение. Через точку B проведем фронтальную прямую и отложим на ней от точки B два произвольных равных отрезка: $BB_1 = B_1B_2$; построим предельную точку F прямой AB_1 . Через точку B_2 проведем прямую FB_2 , параллельную прямой AB_1 . Прямая FB_2 пересечет продолжение отрезка AB в точке C . Отрезок BC в натуре в два раза больше заданного отрезка (§ 25, пример 7).

§ 26. Перспективное соответствие плоскости объекта с картинной плоскостью. Гомология

В изложенных ниже примерах в элементарной форме рассмотрены некоторые вопросы геометрической теории проекций, знание которых необходимо для лучшего понимания построения изображений.

Пример 13. На проектирующем аппарате в предметной плоскости представлен треугольник $A'B'C'$ (рис. 69). Построить его перспективу и определить натуральную величину.

Решение. Способом, описанным в § 13, спроектируем точки A' , B' и C' предметной плоскости H на картинную плоскость K . Проведенные из центра проекций S через точки A' , B' и C' проектирующие лучи образуют лучевые плоскости: $SA'B'$, $SB'C'$ и $SA'C'$. Эти плоскости пересекают картинную плоскость по прямым AB , BC и AC . На рис. 69 можно заметить, что каждой точке (вершине) A' одного треугольника соответствует точка (вершина) A второго и что каждому отрезку прямой линии (стороне) $A'B'$ одного треугольника соответствует отрезок (сторона) AB второго. Между треугольниками $A'B'C'$ (оригиналом) на предметной плоскости H и ABC (изображением) на картинной плоскости K установилось соответствие. Такое соответствие называют перспективным. Таким образом, центральная проекция устанавливает взаимно однозначное соответствие между точечными полями предметной и картинной плоскостей.

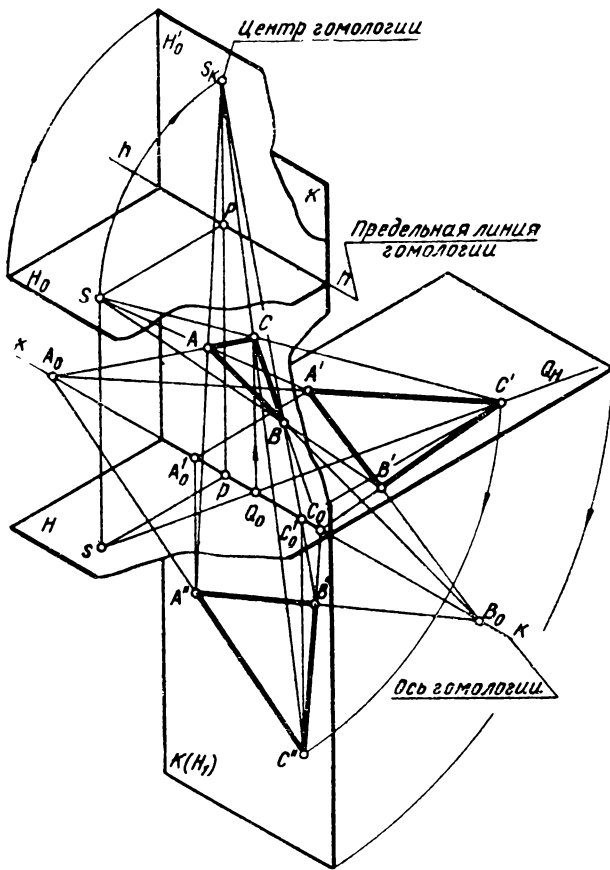


Рис. 69

Вывод. При данном соответствии каждой точке предметной плоскости соответствует точка на картинной плоскости и каждой прямой предметной плоскости соответствует прямая на картинной плоскости. Такое соответствие называют перспективной коллинеацией.

Изложенное выше запишем символически так:

$$A' \sim A, B' \sim B, C' \sim C; A'B' \sim AB, A'C' \sim AC, B'C' \sim BC.$$

Примечание. Треугольники $A'B'C'$ и ABC при таком соответствии называются перспективными.

Исследуя перспективные треугольники $A'B'C'$ и ABC , заметим, что проектирующие (лучевые) плоскости $SA'B'$, $SB'C'$ и $SA'C'$, в которых лежат пары соответственных сторон этих треугольников, пересекают основание картины в трех точках: A_0 , B_0 и C_0 , следовательно, и соответствующие пары соответственных сторон пересекаются в этих же точках. Запишем это символически так:

$$A'B' \times AB = A_0, B'C' \times BC = B_0, A'C' \times AC = C_0.$$

«Это положение известно в геометрии под названием теоремы Дезарга (Desargues):

Если два треугольника $A'B'C'$ и ABC расположены в пространстве так, что прямые, соединяющие соответственные вершины, пересекаются в одной точке S , то:

1. Три пары соответственных сторон треугольников пересекаются в трех точках A_0 , B_0 и C_0 .

2. Эти три точки лежат на одной прямой»¹.

В данном случае такой прямой является основание kk картины K .

Будем вращать предметную плоскость H вокруг основания kk картины до совмещения ее с нижней частью картины K . В совмещенном положении предметная плоскость H займет новое (фронтальное) положение, и потому изображенный на ней треугольник $A''B''C''$ изобразится без искажений, точки A_0 , B_0 и C_0 останутся на основании картины (оси вращения), а треугольники $A''B''C''$ и ABC окажутся в одной плоскости, разделяемой основанием картины (осью вращения) на картинную и совмещенную предметную плоскости.

По обратной теореме Дезарга на плоскости прямые $A''A$, $B''B$ и $C''C$, проходящие через соответственные вершины треугольников, должны проходить через одну и ту же точку S_k .

Следовательно, при совмещенном положении предметной плоскости H с картинной плоскостью K перспективное соответствие между плоскостями H и K не нарушается.

Если теперь плоскость горизонта H_0 повернем в том же направлении и на тот же угол (как и предметную плоскость), но вокруг линии схода (или линии горизонта) предметной плоскости H , до совмещения с картинной

¹ Н. Ф. Четверухин. Изображение фигур в курсе геометрии, М., Учпедгиз, 1958, стр. 25.

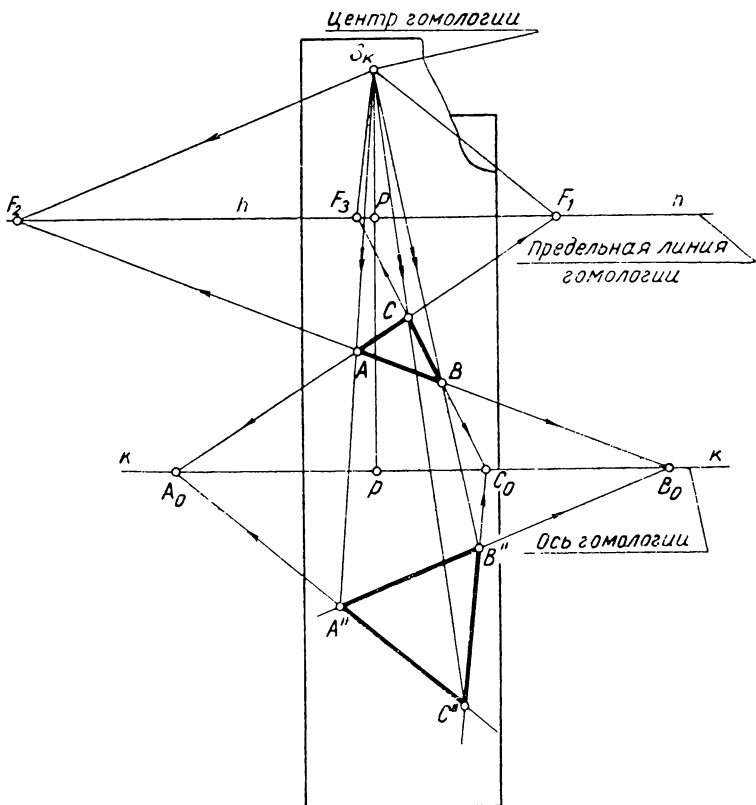


Рис. 70

плоскостью, то перспективное соответствие между плоскостями H_0 и K также не нарушается.

Точка зрения S переместится в новое совмещенное положение — точку S_k^1 .

Соответственные пары сторон (или прямые) треугольников $A''B''C''$ и ABC будут, как и прежде, пересекаться на основании картины в точках A_0 , B_0 , C_0 , а соответственные вершины треугольников расположатся на проектиру-

¹ См. доказательство теоремы Дезарга на плоскости в курсах проективной геометрии, например: Н. Ф. Четверухин, Проективная геометрия, М., Учпедгиз, 1953, стр. 93.

ющих линиях, проходящих через совмещенную точку зрения S_k . Соответствие совмещенных предметной и картинной плоскостей называется гомологией, и в данном случае совмещенную точку зрения S_k называют центром гомологии, основание картины — осью гомологии, а соответственные треугольники $A''B''C''$ и ABC гомологическими. Треугольник $A''B''C''$ будет искомым (рис. 70).

Следовательно, для построения соответственных (или гомологичных) фигур при совмещенном положении плоскости горизонта и предметной плоскости с картинной плоскостью достаточно иметь: 1) центр гомологии, 2) ось гомологии, 3) пару соответственных точек гомологии.

В связи с этим рассмотрим основные элементы картины (§ 10). В качестве этих основных элементов в картине при совмещенном положении плоскости горизонта и предметной плоскости с картинной примем:

1) совмещенную точку зрения S_k за центр гомологии, 2) основание картины kk за ось гомологии, 3) линию горизонта hh за предельную прямую гомологии совмещения. Поэтому любая точка на линии горизонта, в том числе и главная точка картины, может быть принята за соответственную точку, соответствующую несобственной точке прямой поля точки $A'' \equiv a''$ (рис. 70) и проходящей параллельно прямой $S_k F_1$, соединяющей центр гомологии S_k с выбранной точкой на предельной прямой гомологии совмещения (или линии горизонта).

Вывод. Гомология вполне определена, если при совмещенном положении плоскости горизонта и предметной плоскости с картинной плоскостью даны основные элементы картины.

Пример 14. Дано перспективное изображение A точки A' , лежащей в плоскости H . Построить гомологичную ей точку (рис. 71).

Решение. Гомология вполне определена, так как даны основные элементы картины. Искомая точка A'' при

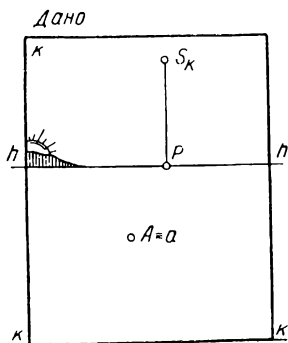


Рис. 71

совмещенном положении с картиной должна соответствовать заданной точке A , а известно, что соответственные точки лежат на одной прямой, проходящей через центр гомологии (точку S_K). Поэтому точку A (рис. 72) соединяем прямой с точкой S_K , так как искомая точка A'' должна лежать на прямой $S_K A$. В качестве пары соответственных точек гомологии возьмем: главную точку P (как точку, принадлежащую предельной прямой гомологии совмещения) и соответствующую ей несобственную точку P''_∞ на глубинной прямой поля точки $A'' \equiv a''$. Поэтому для отыскания точки $A'' \equiv a''$ на прямой $S_K A$ через точку $A \equiv a$ проведем вспомогательную глубинную прямую PA_p поля точки $A \equiv a$ и, используя положение о взаимопринадлежности точек и прямых (если данная точка лежит на данной прямой, то и соответствующая ей точка лежит на соответствующей прямой) и соответствие точек $A'' \equiv a''$ и $A \equiv a$, строим прямую $A_p P''_\infty$ поля точки $A'' \equiv a''$, соответствующую прямой $A_p P$ поля перспектив точки $A \equiv a$. Точку $A'' \equiv a''$ найдем как результат пересечения прямых $A_p P''_\infty$ и $S_K A$ в искомой точке $A'' \equiv a''$.

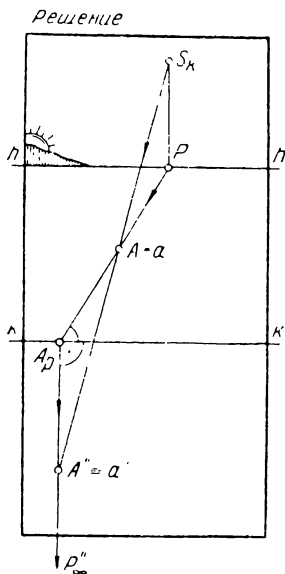


Рис. 72

Заметим, что совмещенное положение точки $A'' \equiv a''$ можно построить, используя для решения другие вспомогательные прямые. Варианты таких решений представлены в примерах 15—19 (рис. 73—77).

Пример 20. Дано совмещенное положение отрезка $A''B''$ (рис. 78). Построить его перспективу.

Решение. Гомология вполне определена, так как даны основные элементы картины, а в качестве пары соответственных точек возьмем точку P (поля точки $A \equiv a$) и несобственную точку P''_∞ (поля точки $A'' \equiv a''$). Для построения искомого отрезка AB через точки A'' и B'' проведем прямые, перпендикулярные к оси гомологии, до пере-

2 решение

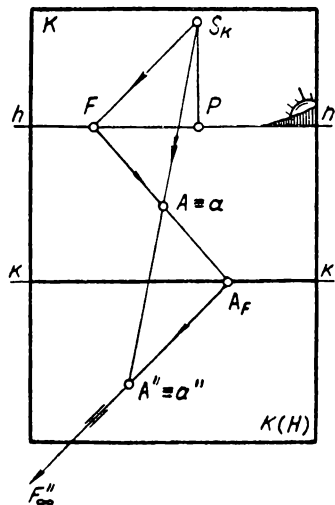


Рис. 73

3 решение

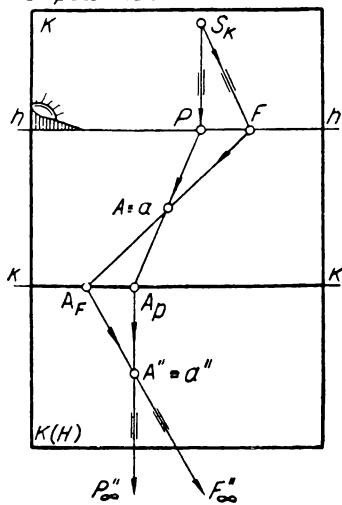


Рис. 74

4 решение

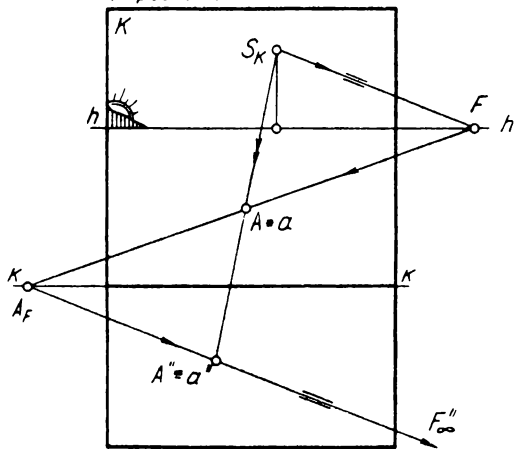


Рис. 75

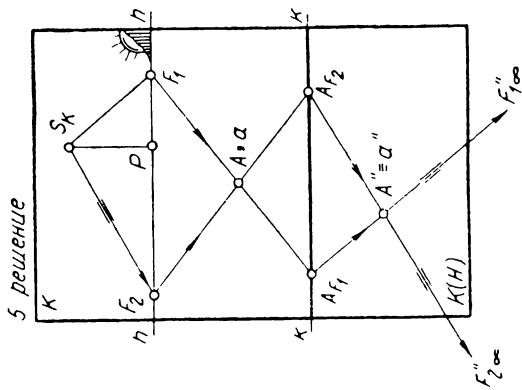


Рис. 76

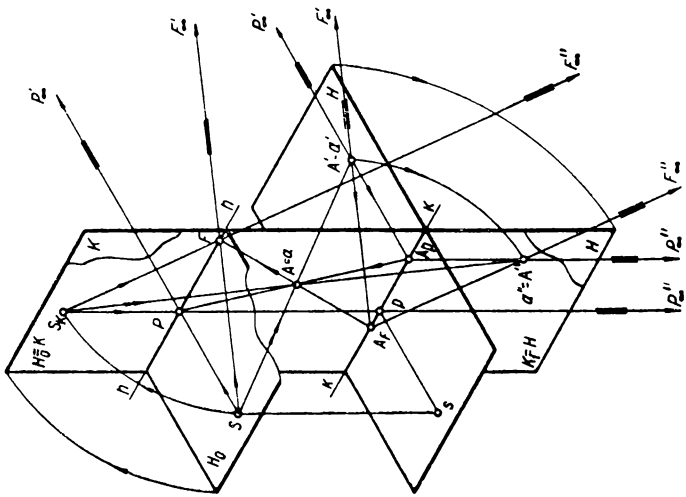


Рис. 77

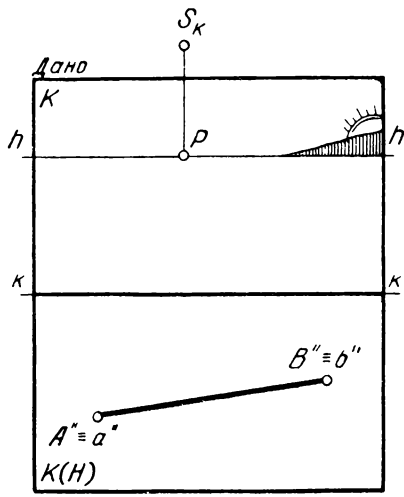


Рис. 78

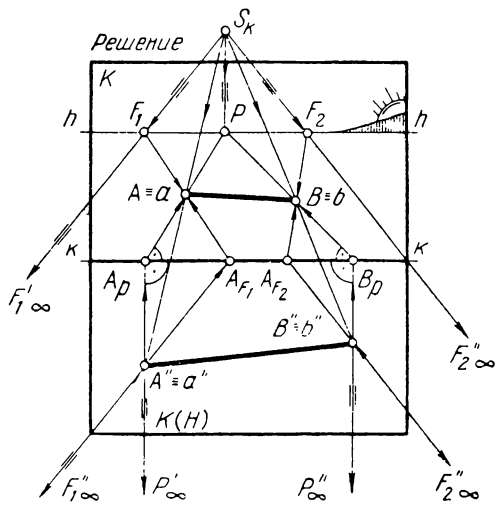


Рис. 79

сечения в точках A_p, B_p и построим прямые A_pP и B_pP , соответствующие прямым A_pP_∞'' и B_pP_∞'' (рис. 79).

Известно, что соответственные точки лежат на прямых, проходящих через центр гомологии, и поэтому концы отрезка — точки A'' и B'' — соединяем прямыми с точкой S_κ ; очевидно, что в пересечении этих прямых $A''S_\kappa$ и $B''S_\kappa$ с перспективой построенных глубинных прямых A_pP, B_pP и будут искомые точки A и B ; соединив прямой эти точки, получим искомый отрезок AB . Отрезки $A''B''$ и AB при продолжении должны пересекаться на оси гомологии в общей точке. На рисунке 79 представлен и другой вариант решения, где взяты две пары соответственных точек гомологии: $F_1 \sim F_{1\infty}''$ и $F_2 \sim F_{2\infty}''$.

§ 27. Построение окружности и квадрата в перспективе

Для изображения окружности в перспективе строят перспективу отдельных ее точек и через эти точки проводят от руки плавную кривую с последующей обводкой ее при помощи лекала.

Проектирующие лучи, идущие из центра проекций к точкам заданной окружности, образуют проектирующий пучок, называемый лучевым (или проектирующим) конусом, пересечение которого с картинной плоскостью и определяет перспективу окружности. В зависимости от того как располагается окружность по отношению к картинной плоскости, ее перспективное изображение может быть следующих видов:

1. Если окружность O' лежит в плоскости горизонта (или лучевой плоскости), то последняя пересечется с картинной плоскостью по прямой, и перспектива окружности O' изобразится в виде отрезка AB на этой же прямой (рис. 80).

2. Если окружность лежит в фронтальной плоскости, то лучевой конус, пересекаясь с картинной плоскостью, определит ее изображение в виде окружности.

3. Если окружность O' лежит в предметной плоскости предметного пространства, то лучевой конус, пересекаясь с картинной плоскостью, определит ее изображение в виде эллипса¹ (рис. 81).

¹ Могут быть и другие положения окружности, при которых ее перспектива имеет форму эллипса.

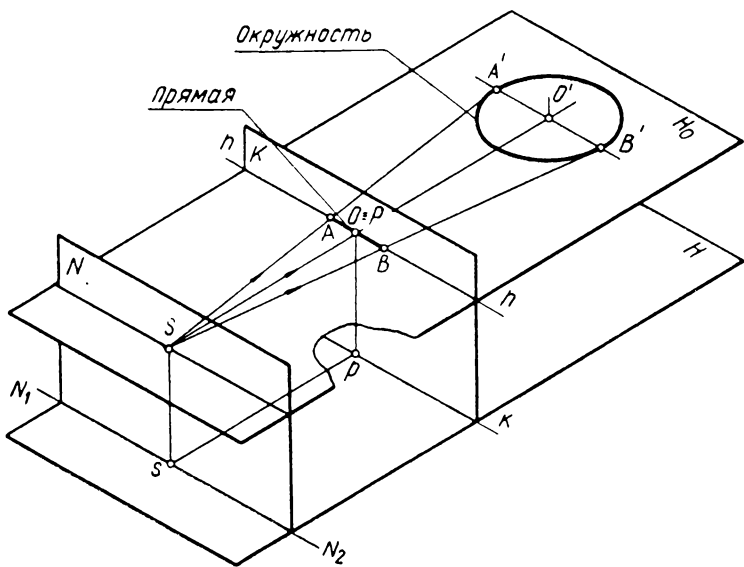


Рис. 80

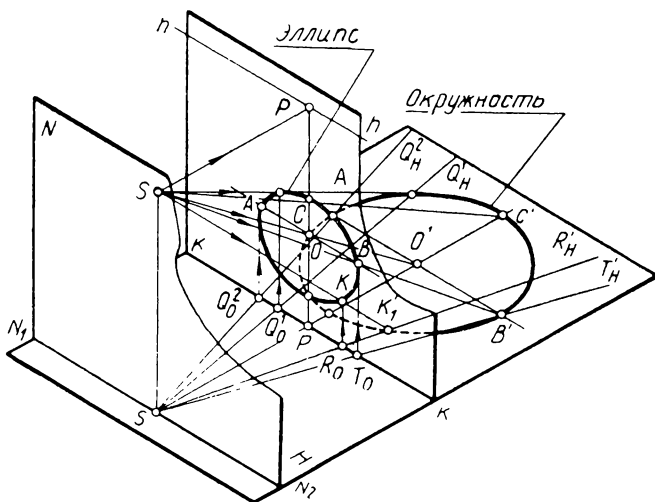


Рис. 81

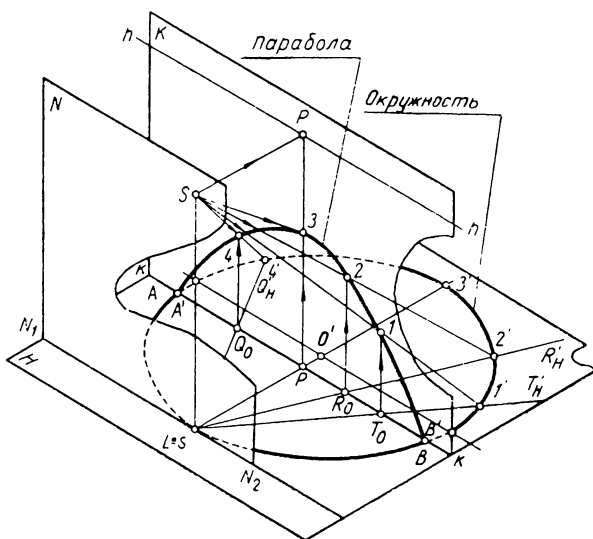


Рис. 82

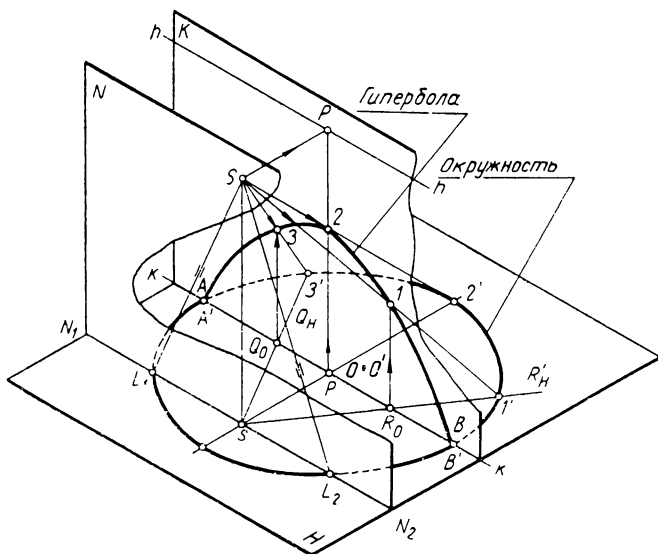


Рис. 83

4. Если окружность O' лежит в предметной плоскости (или ей параллельной) и касается нейтральной плоскости в точке стояния s , то проектирующий луч лучевого конуса, проходящий через центр проекций S и точку окружности L , будет лежать в нейтральной плоскости N . Следовательно, он пойдет параллельно картине K . Но, с другой стороны, рассматривая картинную плоскость, увидим, что она параллельна одной из образующих SL лучевого конуса и, пересекая его, определит изображение окружности O на картине в виде параболы (рис. 82).

5. Если окружность O' пересекает нейтральную плоскость, то тогда две образующие SL_1 и SL_2 лучевого конуса окажутся в нейтральной плоскости N ; следовательно, эти образующие будут параллельны картине K и пересекутся с ней в несобственных точках проективного пространства. Но прямые, параллельные картине, не имеют предельных точек, т. е. изображение этих двух точек уйдет в бесконечность, и перспектива окружности O' также примет вид незамкнутой кривой. Так как картинная плоскость в данном случае оказалась параллельной двум образующим лучевого конуса, то, пересекая его, даст изображение окружности O' на картине в виде гиперболы (рис. 83).

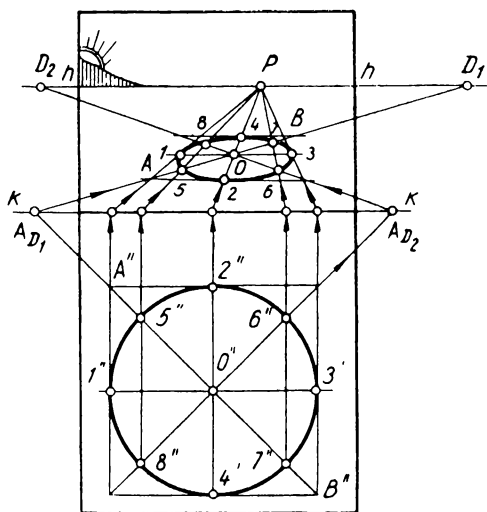


Рис. 84

2. На отрезке AB_1 находим центр дуги полуокружности точку O_1 . Прямая MO_1 отметит на диаметре AB центр дуги полуокружности — точку O .

3. Через центр O проводим фронтальную плоскость T ; на предметном следе T_n прямая MB_1 отметит точку C_0 .

4. Из центра O в плоскости T радиусом, равным OC_0 , построим в плоскости Q точку C , принадлежащую искомой полуокружности.

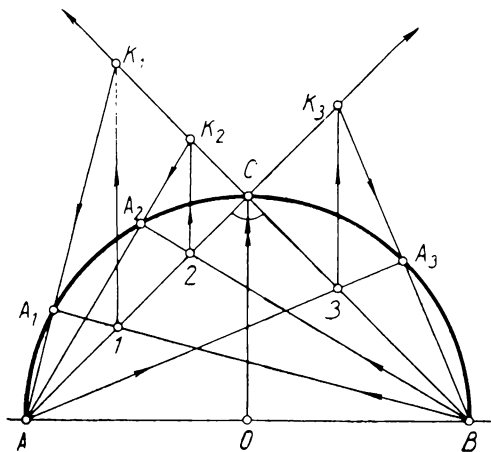


Рис. 86

5. В плоскости Q (способом высот треугольника) строим точки A_1, A_2 и A_3 , принадлежащие искомой полуокружности. Соединив найденные точки плавной кривой, получим в плоскости Q перспективу полуокружности заданного диаметра AB .

Для уяснения способа высот треугольника обратимся к рисунку 86. Рассматривая треугольники AK_1B, AK_2B и AK_3B , замечаем, что они остроугольные, построены на диаметре AB и что одна из сторон этих треугольников проходит через точку C , принадлежащую данной полуокружности, а основания высот, проведенных из вершины B (конца диаметра), пересекаются под прямым углом с соответствующей стороной треугольника, проходящей через другой конец диаметра (вершину A); следовательно, углы AA_1B, AA_2B и AA_3B вписанные и вершины их A_1, A_2, A_3 должны лежать на полуокружности.

Для построения дополнительных точек полуокружности в перспективе необходимо использовать пересечение высот треугольников: точки 1, 2, 3 (точки пересечения высот треугольников следует брать на отрезке хорды BC между точками B и C).

Пример 23. На заданном отрезке AB как на диаметре в предметной плоскости построить перспективу полуокружности (рис. 87).

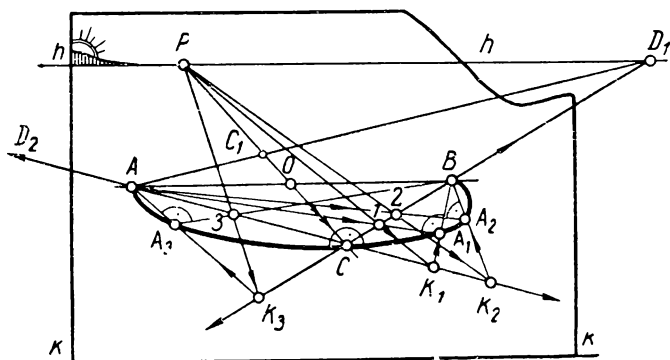


Рис. 87

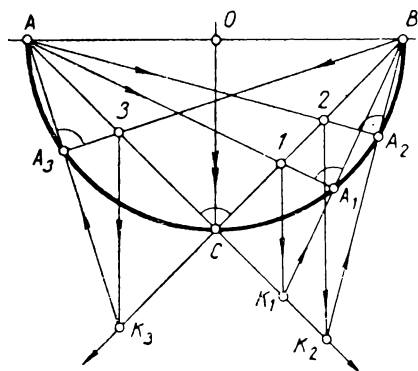


Рис. 88

§ 28. Метод малой и большой картины

Построение перспективных изображений осложняется, если точки схода и отдалений не помещаются в пределах чертежа. При методе малой картины все вспомогательные точки можно получить в пределах чертежа и построение значительно упрощается.

Перспективные изображения, построенные методом малой картины, могут быть увеличены в нужное число раз без нарушения перспективного изображения, так как увеличение определяется коэффициентом подобия, полученным из отношения расстояний точки зрения от плоскостей большой и малой картины.

Обратимся к рисунку 90, на котором представлен проектирующий аппарат с двумя картинными плоскостями K_1 и K_2 .

Построим на картине K_1 изображение K_2 картины K'_2 (рис. 91). На рисунке 91 видно, что перспективное изображение K_2 прямоугольника-картины K'_2 подобно прямоугольнику-картине K_1 ; коэффициент подобия определяется отношением отрезков $SP_1: SP_2$.

Линейные размеры картин находятся между собой в отношении, равном коэффициенту подобия. Так, например, если бы это отношение было равным $1/2$, то линейные размеры подобных фигур, изображенных на картине K_2 , были бы вдвое меньше подобных им фигур, изображенных на картине K_1 .

Таким образом, мы получили (рис. 92) малую и большую картины. У этих картин (малой и большой) в таком же отношении будут находиться точки схода и отдалений. Точку P в этом случае называют центром подобия.

При переходе от одной картины к другой руководствуются следующими свойствами подобных фигур малой и большой картин:

- 1) две соответствующие точки подобных фигур лежат на одной прямой, проходящей через центр подобия;
- 2) два соответствующих отрезка параллельны между собой.

Пример 25. На малой картине K_2 изображен вертикальный отрезок A_2A_3 . Требуется увеличить малую картину в три раза (рис. 93).

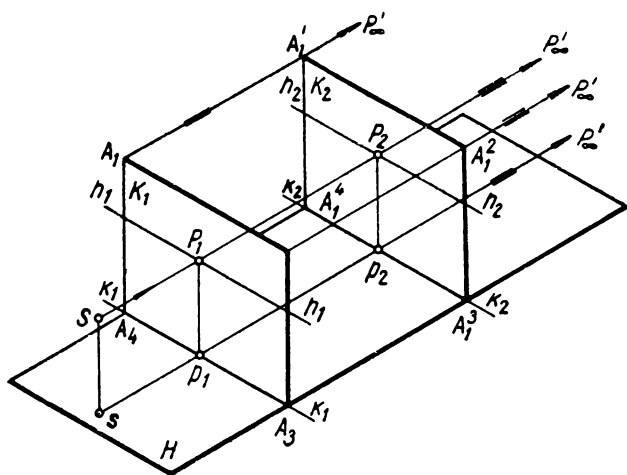


Рис. 90

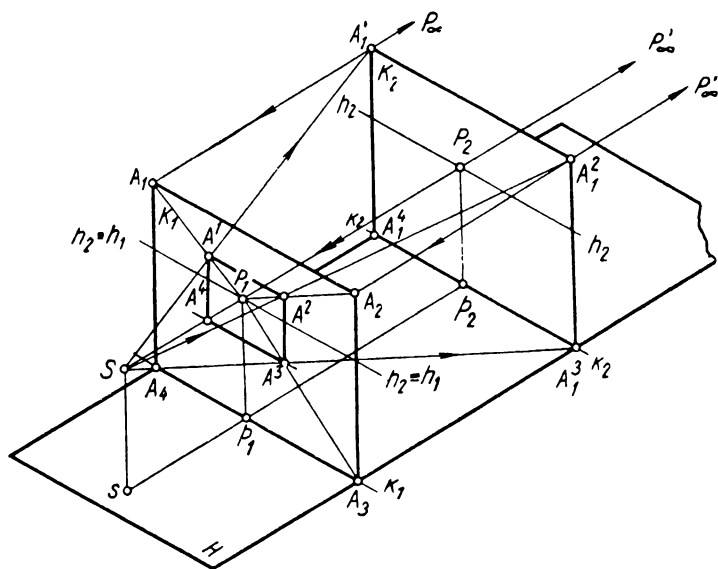


Рис. 91

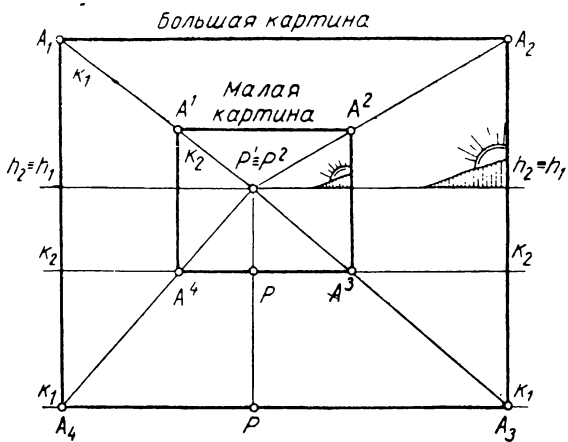


Рис. 92

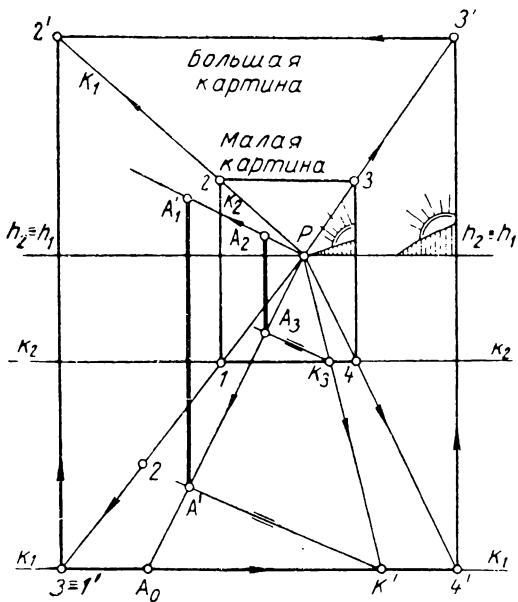


Рис. 93

Решение представлено на рисунке 93 и выполнено в следующем порядке:

1. Строим рамку большой картины. Примем точку P за центр подобия и, основываясь на предложении первом (две соответствующие точки подобных фигур лежат на одной прямой, проходящей через центр подобия), строим соответствующие вершины на большой картине. Для этого из точки P через вершины $1, 2, 3, 4$ на малой картине проведем прямые: $P-1, P-2, P-3, P-4$. Используя коэффициент увеличения (в условии сказано увеличить малую картину в 3 раза), строим на прямой $P-1$ вершину $1'$ на большой картине, отрезок $P-1' = 3(P-1)$.

2. Основываясь на предложении втором (два соответствующих отрезка подобных фигур параллельны между собой), из вершины $1'$ проведем стороны большой картины, соответствующие сторонам малой картины. Для построения основания заданного отрезка на большой картине проведем на малой картине прямые PA_3 и PK_3 . Из точки K' на большой картине проведем прямую, соответствующую отрезку A_3K_3 , и на пересечении этой прямой с линией PA_3 получим точку A' — основание искомого отрезка. Вертикальная прямая, проведенная из точки A' , отметит на луче PA_2 искомую точку A'_1 .

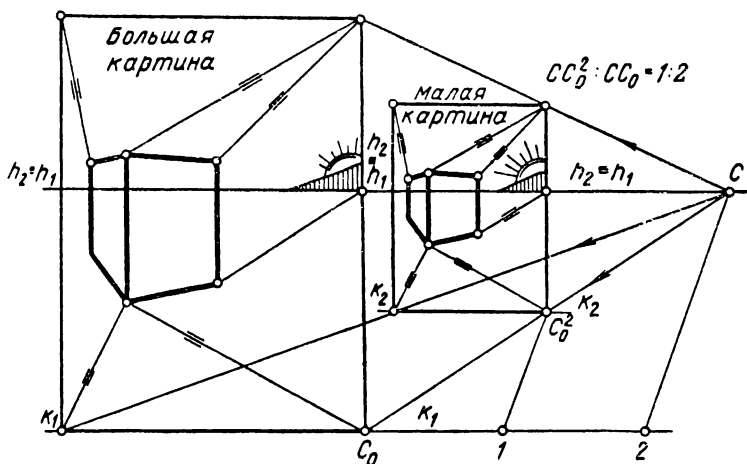


Рис. 94

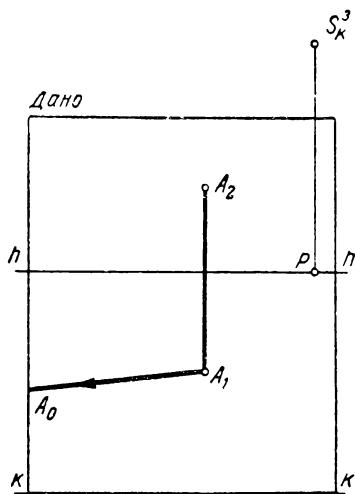


Рис. 95

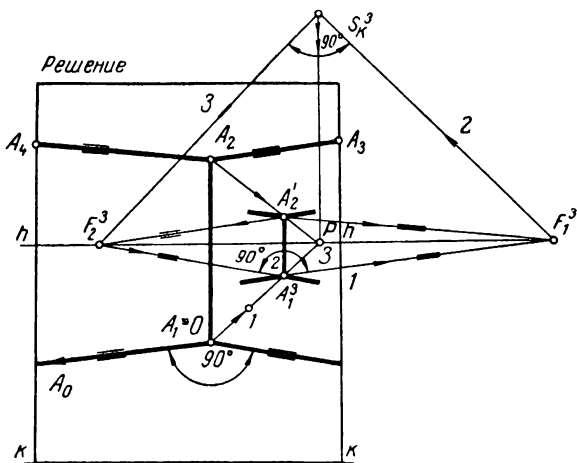


Рис. 96

Пример 26. На большой картине представлен параллелепипед, поставленный своим основанием на предметную плоскость. Требуется уменьшить данную картину в два раза (рис. 94).

Решение представлено на рисунке 94 и выполнено в следующем порядке:

1. Строим малую картину. Для этого на линии горизонта берем произвольно центр подобия — точку C . Построение контуров малой картины выполнено аналогично предыдущему примеру.

2. На малой картине строим перспективное изображение (подобную фигуру) параллелепипеда, используя для этого свойства подобных фигур.

Пример 27. На картине представлен плинтус пола A_0A_1 , точка схода которого недоступна, линия пересечения двух стен — отрезок A_1A_2 , определяющий высоту комнаты, и совмещенная точка зрения S_k^3 малой картины. Применив способ перехода к малой картине, достроить угловой интерьер комнаты при заданном коэффициенте подобия, равном $1/3$ (рис. 95).

Решение представлено на рисунке 96 и выполнено в следующем порядке:

1. Строим точки схода плинтусов пола на малой картине. Приняв точку P за центр подобия, соединим точку A_1 с точкой P и разделим отрезок A_1P на три равные части (по условию коэффициент подобия равен $1/3$). На малой картине из точки A_1^3 проведем прямую $A_1^3F_1^3$ параллельно плинтусу A_0A_1 (соответственные прямые). При помощи точки F_1^3 строим вторую точку схода F_2^3 .

2. Строим плинтус пола на большой картине. Для этого через точку A_1 проведем искомый плинтус на большой картине параллельно прямой $A_1^3F_2^3$ (соответственные прямые).

3. Строим на большой картине линии пересечения стен с потолком. Для этого на малой картине через точку A_2^3 , соответствующую точке A_2 , проведем прямые $A_2^3F_2^3$ и $A_2^3F_1^3$, а на большой картине через точку A_2 , соответствующую точке A_2^3 , проведем прямые $A_2A_4 \parallel A_2^3F_1^3$ и $A_2A_3 \parallel A_2^3F_2^3$. Построение окончено.

§ 29. Общие сведения

Расположим в пространстве в последовательном порядке:

1) источник света—точку S^* , 2) непрозрачный предмет A , 3) непрозрачную плоскость T (рис. 97).

От любого источника света, в том числе и от источника S^* , исходят во всех направлениях световые лучи и, попадая на поверхность предмета, освещают ее. Та часть предмета, на которую лучи света не попадают, остается неосвещенной, и эту затемненную часть называют собственной тенью предмета.

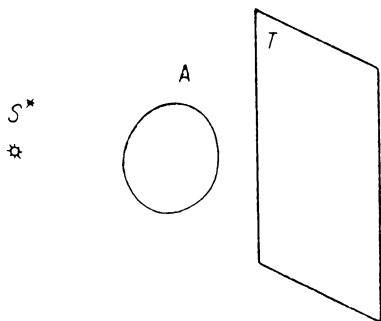


Рис. 97

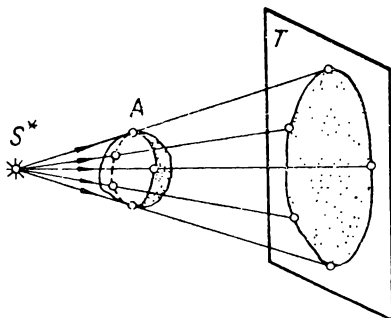


Рис. 98

Линию, разделяющую затемненную часть поверхности от освещенной части той же поверхности, называют контуром собственной тени. Итак, лучи света, идущие от источника света, встречая на своем пути непрозрачный предмет A , задерживаются им, и на плоскости T образуется неосвещенная фигура (рис. 98), называемая падающей тенью от предмета A на плоскость T . Контур этой падающей тени (силуэт) соответствует контуру собственной тени, так как лучи света проходят касательно к линии, разделяющей освещенную часть предмета от неосвещенной.

Пространство между освещенным предметом A и плоскостью T , т. е. то пространство, в которое не попадают световые лучи от данного источника света,

называют тенью. Очевидно, тела в этом пространстве будут неосвещенными, находясь в тени.

В зависимости от освещаемого объекта, это пространство может иметь следующие формы: а) теневой линии, освещаемый объект — точка, б) теневой плоскости, освещаемый объект — прямая, в) теневой пирамиды, освещаемый объект — многогранник, г) теневой конуса или конуса тени, освещаемый объект может иметь самую разнообразную форму. Следовательно, построение падающей тени от любого объекта может быть сведено, в общем случае, к построению линии пересечения теневой поверхности с заданной поверхностью, на которой должна быть построена падающая тень от данного предмета.

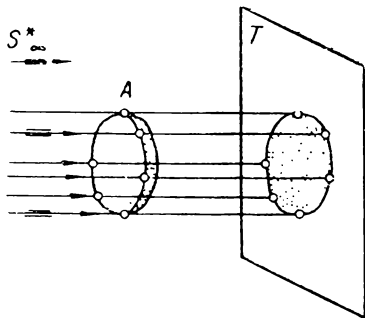


Рис. 99

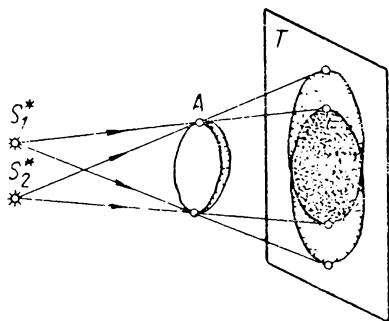


Рис. 100

При построении теней в перспективе рассматривают два условия освещения: 1) лучи света исходят из одной светящейся точки (источник света расположен на небольшом расстоянии), т. е. центральное (или точечное) освещение; 2) источник света — на значительном удалении (луна или солнце), лучи света принимаются параллельными друг другу (рис. 99).

Освещение предмета двумя источниками света. На рисунке 100 видно, что на плоскости T от предмета A образуются две падающие тени, наложенные друг на друга. Несовпадающие части теней называют падающими и полутенями, совпадающую часть падающих теней называют полной тенью; она интенсивнее по густоте, нежели полутени, так как лучи первого источника освещают падающую тень второго и наоборот. Заметим,

что, чем ближе полутень к собственной тени, тем менее попадает на нее лучей, а чем ближе к освещенному пространству плоскости T , тем лучей падает на нее больше, а поэтому полутень будет постепенно светлеть к своим внешним границам и, следовательно, не будет иметь резких

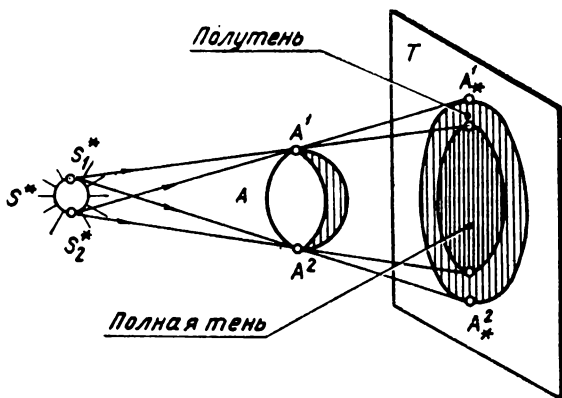


Рис. 101

очертаний. Если же два источника света находятся на разном удалении от освещаемого объекта, то полутени соответственно будут разной густоты, так как сила света зависит от количества падающих на данную поверхность световых лучей и расстояния светящейся точки от освещенного предмета.

Рассмотрим освещение предмета от лампы, накрытой абажуром, которую и примем за светящееся тело (рис. 101). Графическое построение теней на чертеже представлено только от двух течек S_1^* и S_2^* светящегося тела. Очевидно, такое же построение можно будет применить и к любой иной точке S^* на поверхности светящегося тела, излучающего свет на предмет A .

Выводы, сделанные в примере для двух источников света, тем более справедливы, когда источником света является не точка, а светящаяся поверхность.

Сила света. Для уяснения силы света обратимся к рисунку 102, на котором представлена плоская пластинка $ABCE$, освещаемая лучами из источника S^* . Повернем пластинку вокруг прямой EC в положение $A_1B_1C_1E_1$; сила освещенности

щения ее площади будет слабее в сравнении с площадью $ABCE$, так как в этом положении количество световых лучей меньше на единицу площади (ибо часть из них миновало ее), так как угол наклона световых лучей к освещаемой плоскости стал меньше. Следовательно, с уменьшением

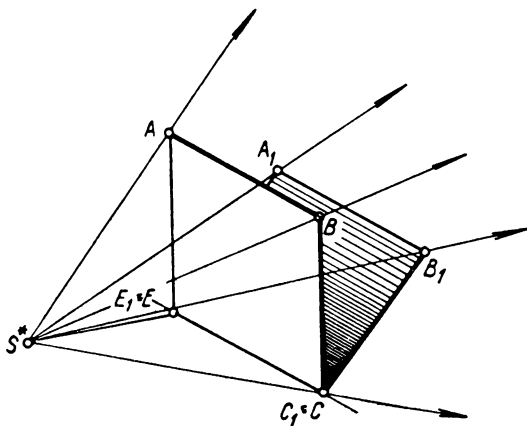


Рис. 102

угла наклона световых лучей к освещаемой поверхности сила света также уменьшается.

На представленном рисунке 103 в плоскости T проделано отверстие $ABCE$, через которое проходит пучок световых лучей и освещает на ее плоскости T_1 площадь $A_1B_1C_1E_1$. Освещение пластинки $A_1B_1C_1E_1$ будет слабее, чем пластинки $ABCE$, так как на ее единицу площади приходится меньше световых лучей (если бы она освещалась). Следовательно, с увеличением расстояния между освещаемой поверхностью и источником света сила его уменьшается. Как известно из физики, сила света изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния освещаемого предмета от источника света.

Вывод. Угол наклона световых лучей к освещаемой поверхности и расстояние источника света от освещаемого объекта влияют на интенсивность освещения: 1) с уменьшением угла наклона световых лучей к поверхности освещаемость ее уменьшается; 2) с увеличением расстояния от источника света до предмета освещаемость уменьшается.

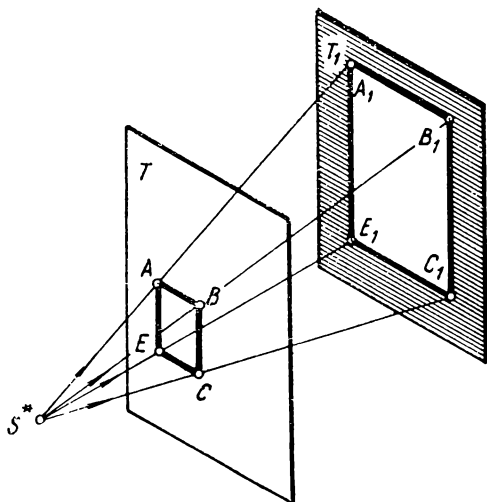


Рис. 103

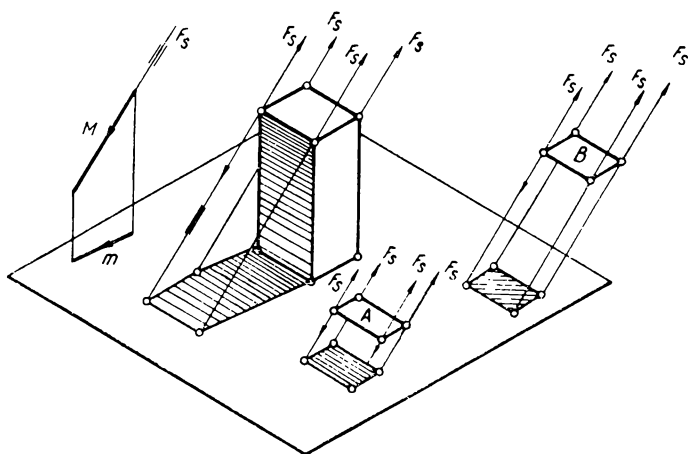


Рис. 104

Собственная тень. В условиях действительности собственная тень слабее падающей тени. Объясняется это тем, что отраженный от окружающих предметов свет, называемый рефлексом, попадая на собственную тень,

ослабляет ее; этим же объясняется и то, что тени у низа предметов кажутся более светлыми, чем у верха, так как рефлекс земной поверхности по мере удаления от нее ослабевает. Следовательно, освещенность объекта по мере удаления его от зрителя ослабевает и различие между освещенными и неосвещенными частями предмета исчезает.

Падающая тень. У основания предмета падающая тень его более насыщена, нежели тень, удаленная от его основания. Это можно видеть на рисунке 104. Падающая тень от объекта A более темная по сравнению с падающей тенью объекта B . Объясняется это разностью высот теневого столба. Чем ближе предмет к поверхности, на которую падает его тень, тем она гуще, чернее и, наоборот, при удалении предмета от этой поверхности падающая тень его становится более светлой.

§ 30. Построение перспективы теней при центральном освещении

Пример 28. Построить падающую тень от некоторой точки A пространства на предметную плоскость H (рис. 105). Решение представлено на рисунке 106 и выполнено в следующем порядке.

Закключаем параллельные отрезки S^*s и Aa в вспомогательную плоскость R и в этой плоскости проведем из источника света—точки S^* —световой луч через точку A до пересечения с предметным следом R_n в точке $A_* \equiv M$. Предметный след этого луча в точке A_* и будет падающей тенью от точки A на предметную плоскость H .

Вывод. Падающей тенью A_* от точки A на предметную плоскость H является предметный след светового луча, исходящего из источника света S^* и проходящего через заданную точку A пространства.

Для построения падающей тени A_* от точки A на предметную плоскость H можно применить способ, называемый методом следа луча, который основан на том, что точка пересечения прямой с плоскостью есть точка пересечения прямой с ее проекцией на данную плоскость; следовательно, падающая тень A_* от точки A строится так же, как и точка встречи прямой с заданной поверхностью.

Пример 29. Построить падающую тень от вертикального отрезка AB на предметную плоскость H (рис. 107). Решение представлено в графическом виде на рисунке 107.

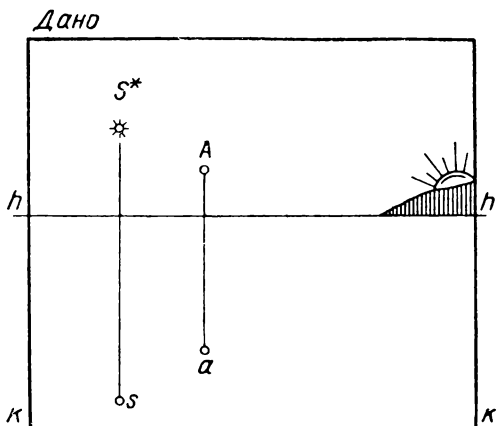


Рис. 105

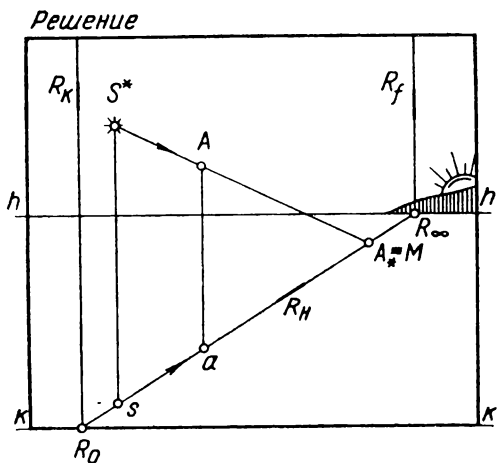


Рис. 106

Пример 30. Построить падающую тень от наклонного отрезка AB на плоскость H (рис. 108).

Решение. Проведем через точку S^* и отрезок AB световую плоскость S^*AB ; очевидно, теньевая плоскость (или плоскость тени) будет продолжением ее. Предметный след $A_*B_* \equiv M_1M_2$ теневого плоскости AA_*B и является падающей тенью отрезка AB на предметную плоскость H .

Пример 33. Построить падающие тени от точки A пространства и прямоугольной пластинки $B^1B^2B^3B^1$, вертикально поставленной на предметную плоскость (рис. 111). Решение представлено в графическом виде на рисунке 111.

Пример 34. Построить падающие тени от отрезков AB и AC на плоскости H и R (рис. 112).

Решение представлено на рисунке 112 и выполнено в следующем порядке:

1. Строим падающую тень отрезка AB , предполагая,

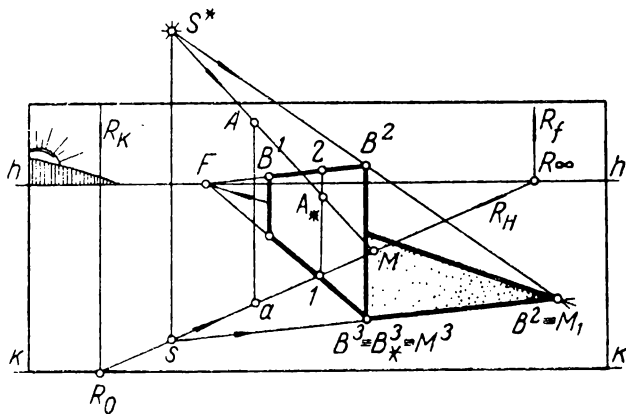


Рис. 111

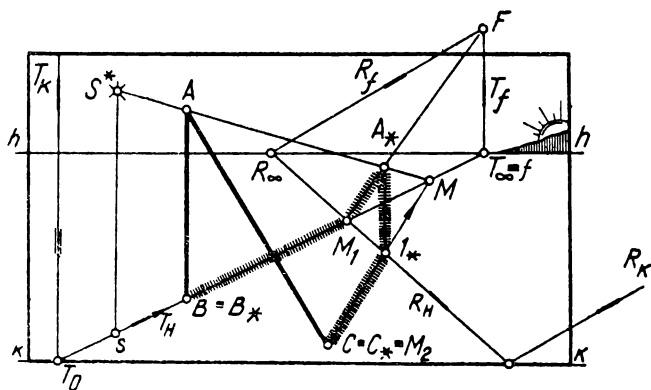


Рис. 112

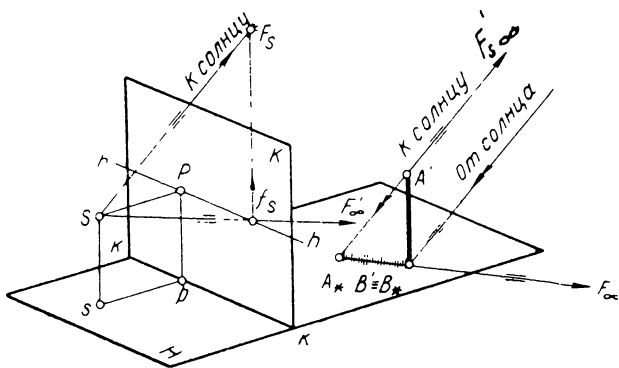


Рис. 115

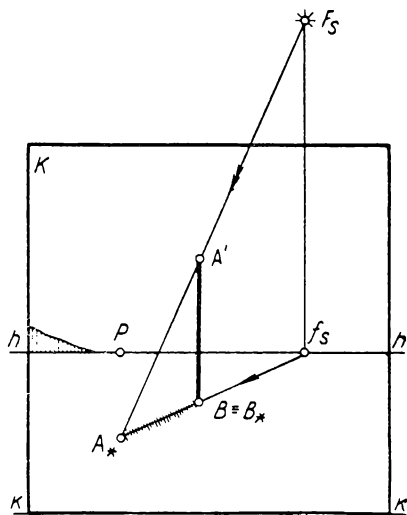


Рис. 116

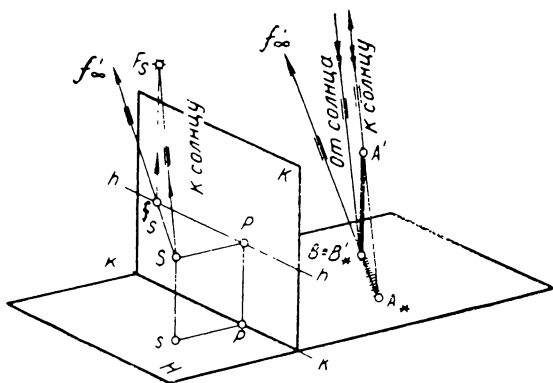


Рис. 117

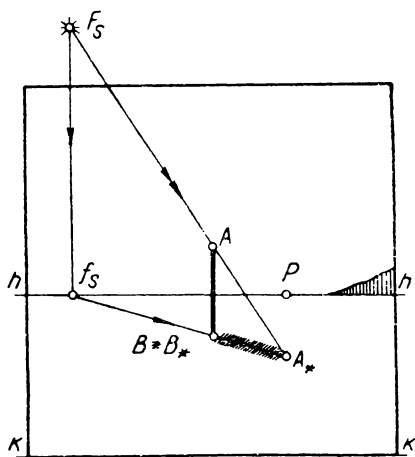


Рис. 118

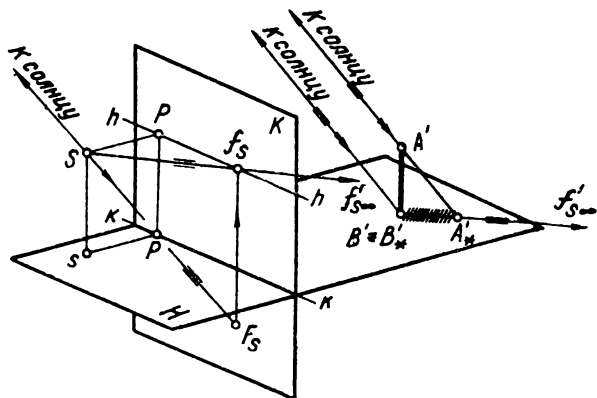


Рис. 121

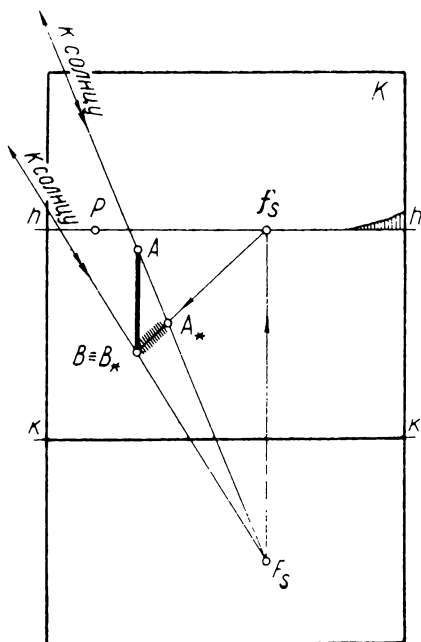


Рис. 122

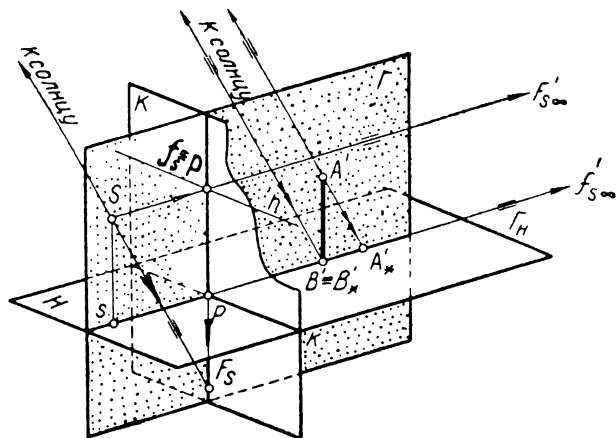


Рис 125

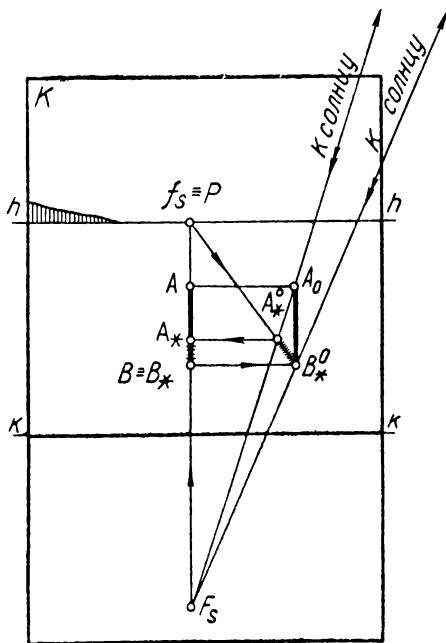


Рис. 126

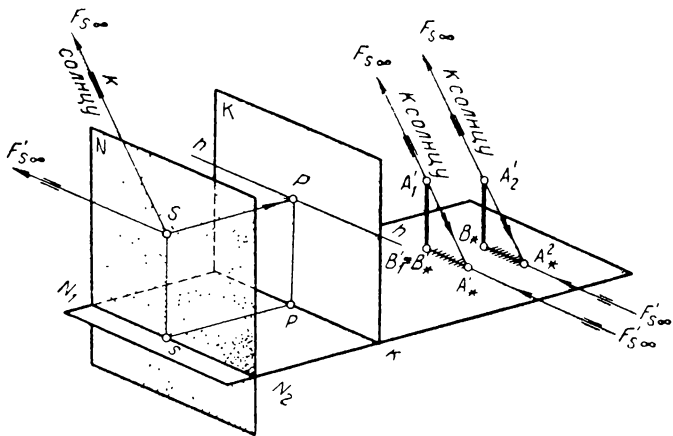


Рис. 127

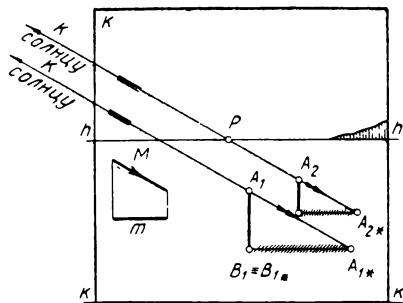


Рис. 128

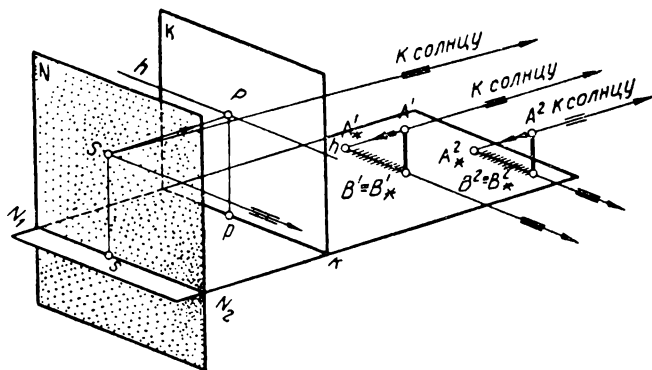


Рис. 129

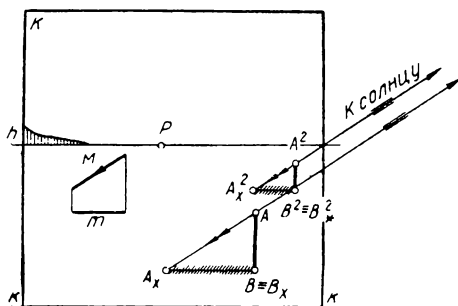


Рис. 130

При нахождении солнца в нейтральной плоскости его предельная точка не может быть изображенной на картине, так как световые лучи проходят в нейтральной плоскости, следовательно, параллельны картине и не могут поэтому иметь предельной точки на картинной плоскости. Угол

наклона и направление световых лучей, идущих от солнца к предметной плоскости, в таком случае должны быть заданными.

Выполняя построение перспектив теней при солнечном освещении, можно произвольно выбирать положение солнца. Следовательно, на картине произвольно задаются следующие элементы (обеспечивающие построение перспектив теней):

1. Перспектива солнца (солнце находится перед зрителем в предметном пространстве).

2. Точка схода перспектив солнечных лучей (солнце находится за спиной зрителя в мнимом пространстве).

3. Направление световых лучей и угол наклона их к предметной плоскости (солнце находится в нейтральной плоскости).

Однако при построении перспектив теней от объектов, освещенных солнцем, следует учитывать действительное положение солнца, которое связано с географической широтой места, с временем года и суток (например, при закате тени должны быть длиннее).

Пример 37. Построить падающую тень от некоторой точки A пространства на предметную плоскость. Солнце находится спереди слева (рис. 131).

Так как солнце (или точка схода перспектив солнечных лучей) находится над линией горизонта, следовательно, световые лучи восходящие; это означает, что солнце находится перед зрителем в предметном пространстве (§ 31, рис. 119).

Солнечные лучи направлены в глаза, зритель видит затемненную часть объекта. Солнце по отношению к точке A (в данном примере) слева и перед ней, тогда перспектива падающей тени будет направлена вправо и на зрителя. Точка схода перспектив восходящих солнечных лучей и изображение⁷ солнца на картине совпадают.

Решение представлено в графическом виде на рисунке 131, на котором видно, что графическое построение падающей тени при солнечном освещении аналогично построению при центральном освещении, т. е. падающая тень A_* от точки A пространства, освещенной солнцем, находится на пересечении перспективы солнечного луча с перспективной его основания: $F_s A \times f_s a = A_*$. Если освещаемая точка совпадает со своим основанием, то ее падающая тень совпадает с самой точкой: $A \equiv A_*$; если светящаяся точка

(солнце) совпадает со своим основанием $F_s \equiv f_s$, т. е. солнце находится на горизонте и его лучи параллельны предметной плоскости: $F_s A \parallel f_s a$, то падающая тень A_* от точки A уходит в бесконечность; поэтому, чем выше над горизонтом солнце, тем короче тень, и наоборот (§ 31).

Пример 38. Построить падающую тень от вертикальной пластинки, поставленной на предметную плоскость. Солнце находится сзади (рис. 132).

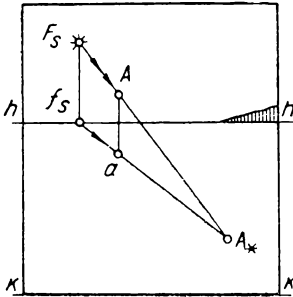


Рис. 131

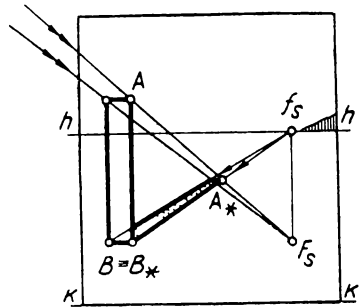


Рис. 132

Так как точка схода перспектив солнечных лучей находится под линией горизонта, следовательно, световые лучи нисходящие; это означает, что солнце находится сзади, за спиной зрителя, в мнимом пространстве. Зрителю видна освещенная часть объекта. Солнце по отношению к пластинке расположено в данном примере слева, а перспектива падающей тени будет направлена вправо и от зрителя.

При положении солнца, когда оно за спиной зрителя (в мнимом пространстве), точка схода перспектив нисходящих солнечных лучей не является изображением солнца на картине. Задача сводится к построению предметных следов перспектив солнечных лучей, проходящих через вершины заданной пластинки (§ 19, 20, 31). Решение представлено в графическом виде на рисунке 132.

Пример 39. Построить падающую тень от прямоугольной пластинки $ABCE$, вертикально поставленной на предметную плоскость. Направление солнечных лучей и угол их наклона к предметной плоскости заданы (рис. 133).

Так как солнечные лучи направлены параллельно картине, а это означает, что солнце находится в нейтральной плоскости, то предельная точка перспектив солнечных лучей, а равно и перспектив самого солнца, на картине не могут быть изображенными. Задача сводится к построению предметных следов перспектив солнечных лучей, проходящих через вершины заданной пластинки (§ 19, 20, 31). Решение представлено в графическом виде на рисунке 133.

Пример 40. На картине представлена точка A пространства и точка схода перспектив солнечных лучей. Построить падающую тень заданной точки (рис. 134).

Решение представлено в графическом виде на рисунке 134.

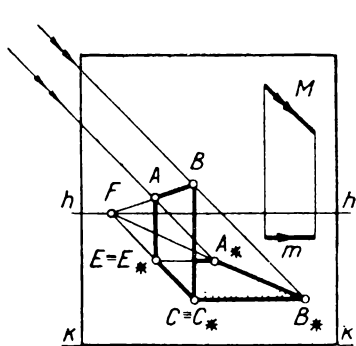


Рис. 133

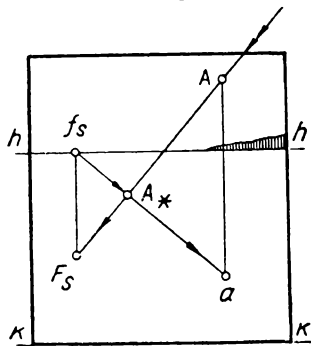


Рис. 134

Пример 41. На картине представлены: пластинка $BCDE$, точка A пространства и точка схода перспектив солнечных лучей. Построить падающие тени заданных объектов (рис. 135).

Решение представлено на рисунке 135 (§ 19, 20, 31).

Пример 42. На картине представлены: наклонный отрезок AB , прямоугольная пластинка $C^1C^2C^3C^4$ и точка схода перспектив солнечных лучей. Построить падающие тени заданных объектов (рис. 136).

Решение представлено в графическом виде на рисунке 136.

Для закрепления материала на построение перспективы теней при солнечном освещении в примерах 43—53, представленных на рисунках 137—147, решения даны в графическом виде и предназначены для самостоятельного изучения.

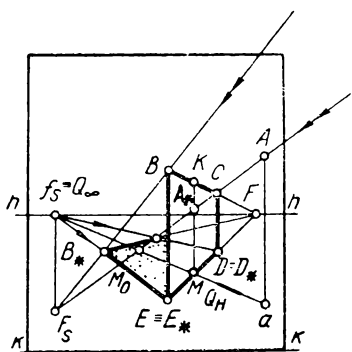


Рис. 135

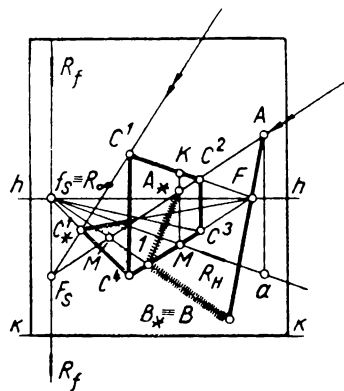


Рис. 136

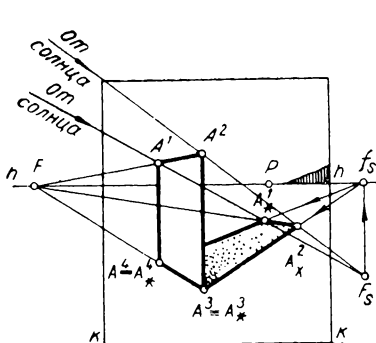


Рис. 137

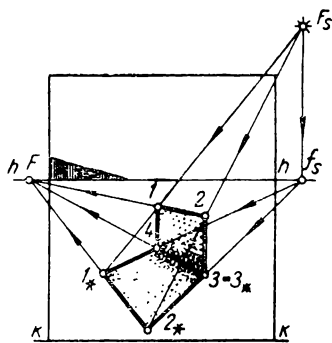


Рис. 138

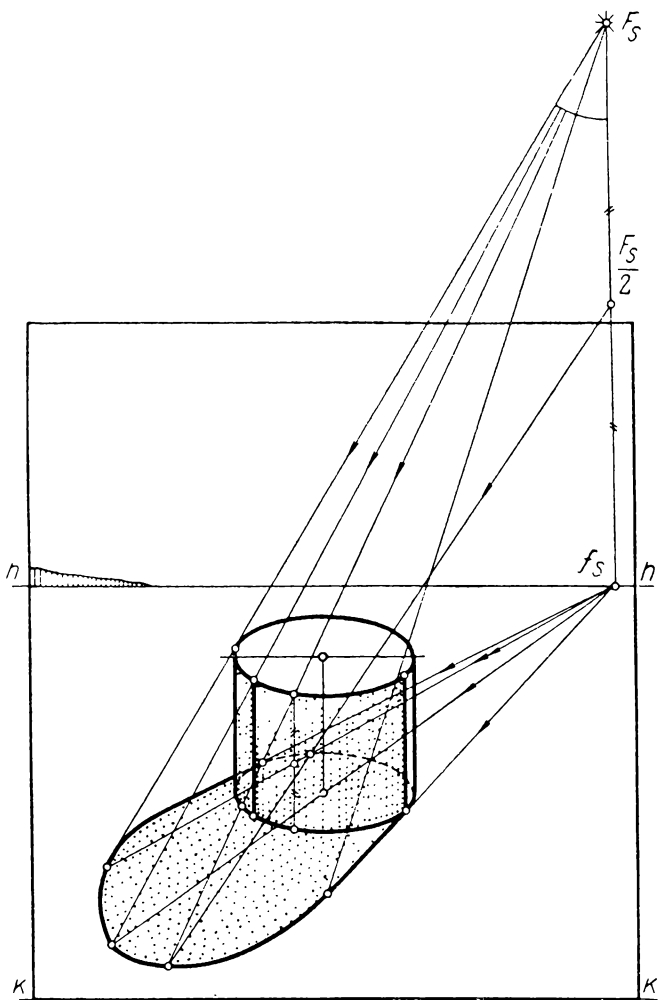


Рис. 143

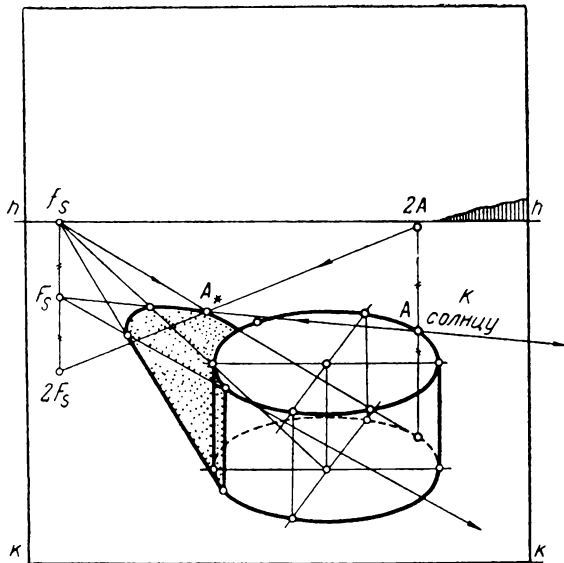


Рис. 144

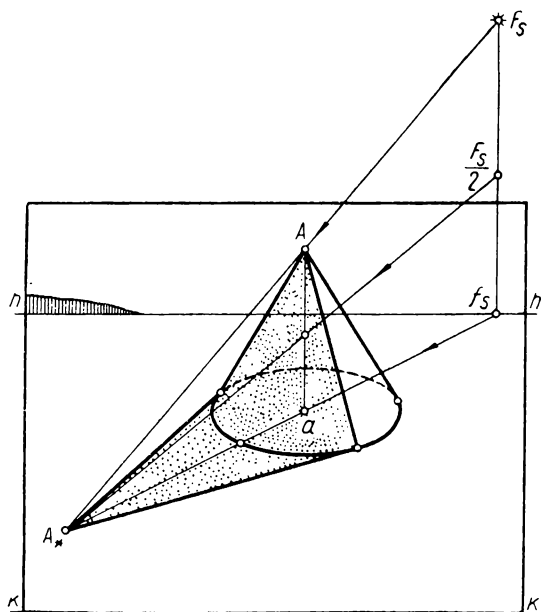


Рис. 145

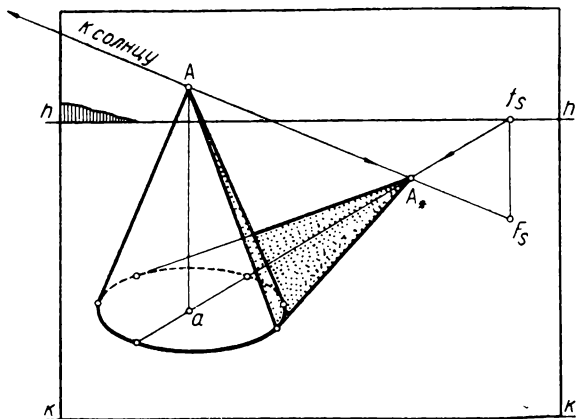


Рис. 146

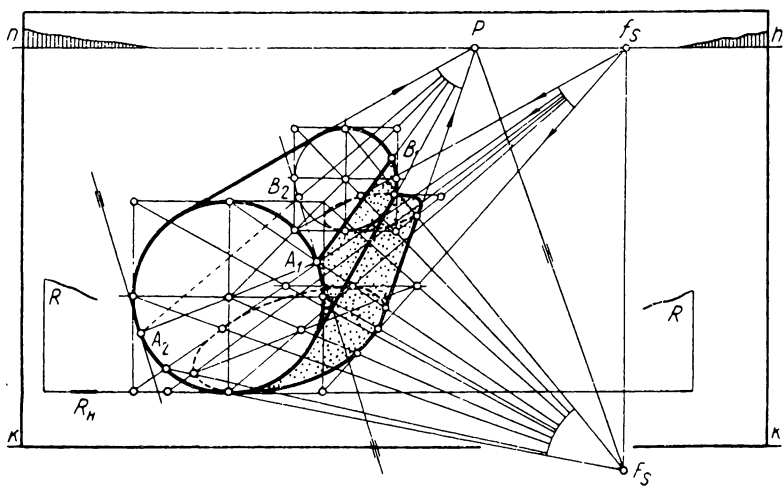


Рис. 147

Итак, выбрав нужное направление основания kk картины K и положение точки зрения $S \equiv s$ при заданном плане и фасаде, для построения перспективного изображения выполним следующие подготовительные построения (рис. 148):

1. На выбранном основании kk будущей картины K отметим точки пересечения предметных следов вертикальных плоскостей, идущих в точки, определяющие контуры плана заданного объекта.

2. Отметим на основании картины точки $Q_0 \equiv F_1$ и $T_0 \equiv F_2$ пересечений предметных следов вертикальных плоскостей, идущих параллельно доминирующим направлениям прямых линий фигуры заданного плана объекта.

3. На основании kk предметные следы $R'_n, R''_n, R'''_n, R''''_n, R''''_n$ плоскостей R^1, R^2, R^3, R^4, R^5 (идущих через основные контуры объекта) отметят начальные точки $R^1_0, R^2_0, R^3_0, R^4_0, R^5_0$, обеспечивающие построение перспективного изображения плана заданного объекта.

4. На основании kk отметим точку p пересечения предметного следа плоскости главного вертикала (§ 8, рис. 11).

5. Найденные таким образом на основании kk точки, необходимые для построения перспективы плана заданного объекта, перенесем на новое основание k_1k_1 картины K_1 (рис. 149).

6. На новой картине проведем линию горизонта (обычно на высоте роста человека) и на этой линии отметим главную точку P и точки схода F_1 и F_2 доминирующего направления линий плана заданного объекта согласно точкам p, Q_0 и T_0 , построенным на основании kk картины K .

7. На новом основании kk картины K отметим начальные точки $R^1_0, R^2_0, R^3_0, R^4_0, R^5_0$ плоскостей R^1, R^2, R^3, R^4, R^5 и исполним построение перспективного изображения плана заданного объекта.

8. При помощи произвольно выбранной вертикальной плоскости (так называемого способа боковой стены) построим высоты точек заданного объекта. Для этого (рис. 149): а) на картинный след Q''_n плоскости Q^1 перенесем высоты точек объекта (заданных на фасаде), необходимых для построения его очертаний; б) при помощи фронтальных прямых $2-2_1, 1-1_1$ построим на боковой стене (или на плоскости Q^1) в перспективном сокращении высоты точек A_1, B_1 и при помощи линий переноса отметим на соответствующих вертикалях высоты искомых точек A и B ; в) по

построенным точкам обведем видимые контуры перспективного изображения заданного объекта.

Ломаную замкнутую линию называют перспективным контуром построенного объекта.

ПЕРСПЕКТИВА ОТРАЖЕНИЙ В ПЛОСКИХ ЗЕРКАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

§ 33. Физические законы отражения

Световые лучи, попадая на поверхность тела, изменяют свое направление, или, как принято говорить, отражаются от нее.

Не все тела одинаково отражают свет. Отражение света зависит не только от природы самого тела, но также и от обработки его поверхности, и от ее окраски. Из непрозрачных тел больше отраженного света дают те тела, поверхность которых имеет более высокую степень чистоты обработки, а также тела, имеющие белую гладкую окраску. И наоборот, тела с низкой степенью чистоты обработки (не полированные) большую часть света поглощают и слабо его отражают, причем отраженный свет от таких поверхностей будет рассеянным, т. е. пойдет по разным направлениям. Если же поверхность тела будет зеркальной, то отраженный луч света пойдет по определенному направлению.

Основные физические законы отражения света для плоских зеркальных (или полированных) поверхностей:

1. Луч падающий SK и луч отраженный KE лежат в одной плоскости с нормалью AK , проведенной перпендикулярно к отражающей поверхности зеркала BB (рис. 150).

2. Угол падения равен углу отражения: $\angle \alpha = \angle \beta$. На рисунке 150 представлено в разрезе зеркало BB , секущая плоскость проходит через луч света SK , прямая AK перпендикулярна к отражающей поверхности.

Элементы чертежа принято называть так: 1) луч падения SK ; 2) точка падения K ; 3) отраженный луч KE ; 4) угол падения α ; 5) угол отражения β ; 6) нормаль AK .

Построение зеркального отражения. На рисунке 151 представлены отраженные лучи света KE и K_1E_1 . Зритель, смотрящий в зеркало, воспримет своим глазом отраженные

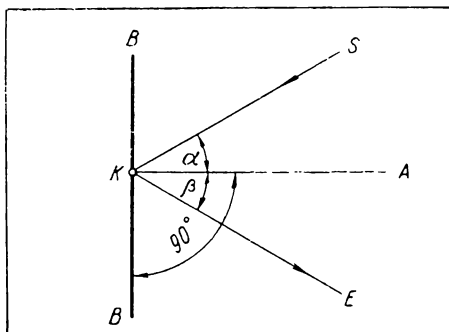


Рис. 150

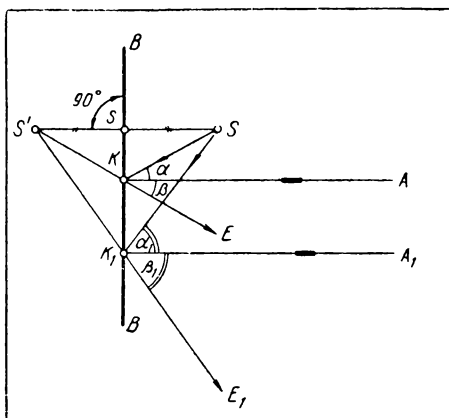


Рис. 151

лучи KE и K_1E_1 и увидит в зеркале BB точку S на пересечении этих отраженных лучей в точке S^1 , которая называется зеркальным отражением точки S .

Из рисунка 151 видно, что точки S и S^1 находятся на одном перпендикуляре к отражающей плоскости и расположены на равных расстояниях от основания перпендикуляра точки s , т. е. $Ss = S^1s$. На этом и основано построение отражения в плоском зеркале.

Вывод. Для того чтобы построить отражение S^1 точки S в зеркале BB , из этой точки S опускают перпен-

Пример 55. Построить отражение отрезка AB в зеркале, вертикально закрепленном на стене фронтального положения (рис. 153).

Решение представлено в графическом виде на рисунке 153.

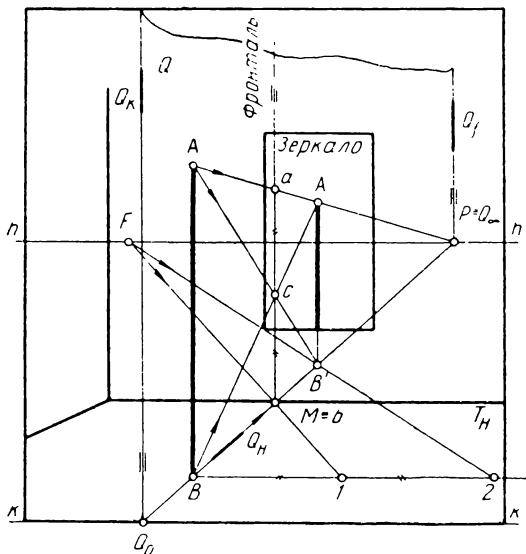


Рис. 153

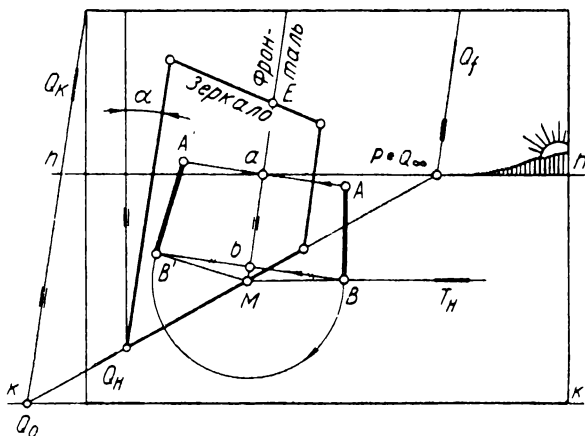


Рис. 154

Пример 56. Построить отражение отрезка AB в зеркале, плоскость которого перпендикулярна к картине и наклонена к предметной плоскости под произвольным углом α (рис. 154).

Решение представлено на рисунке 154 и выполнено в следующем порядке:

1. Отрезок AB заключаем в фронтальную плоскость T , перпендикулярную плоскости зеркала.

2. Строим линию пересечения плоскости зеркала с плоскостью T .

3. Из точек A и B опускаем перпендикуляры на плоскость зеркала и от найденных оснований точек a и b на продолжении этих перпендикуляров отмечаем расстояния: $Aa = A^1a$ и $Bb = B^1b$. Соединив прямой точки A^1 и B^1 , получим искомый отрезок A^1B^1 , т. е. построим отражение.

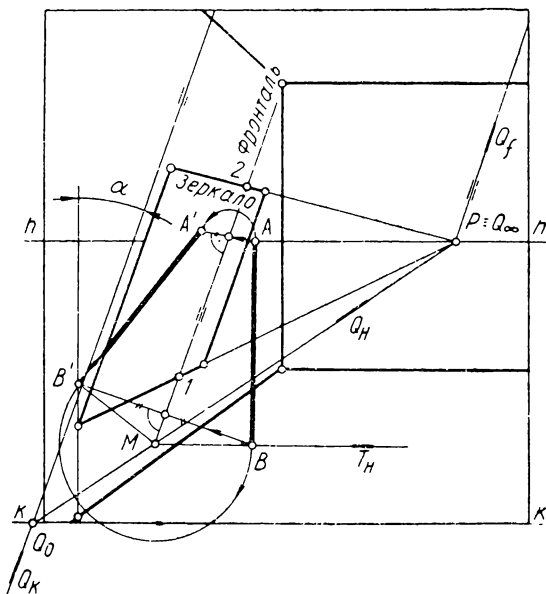


Рис. 155

Пример 57. Построить отражение отрезка AB в зеркале, закрепленном на стене под произвольным углом α . Плоскость стены параллельна главной плоскости (рис. 155).

Решение представлено в графическом виде на рисунке 155.

предельную точку F для всех прямых, перпендикулярных к плоскости R (рис. 158).

2. Строим отражение A^1 точки A (рис. 159). Для этого находим линию пересечения плоскости Q с плоскостью зеркала и строим основание перпендикуляра — точку a . На продолжении прямой AB от точки A отмечаем два равных отрезка произвольной величины: $A-1=1-2$; будем иметь: $Q_f \times 1-a = F_3$, $AF \times 2-F_3 = A^1$. Точка A^1 искомая.

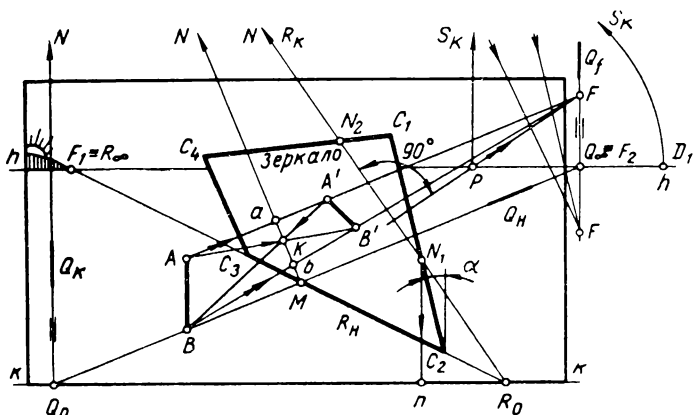


Рис. 160

3. Строим отражение B^1 точки B (рис. 160). Для этого выполним следующее: $A^1B \times ab = k$, $Ak \times BF = B^1$. Соединив точки A^1 и B^1 , получим искомый отрезок A^1B^1 .

Примечание. Треугольник $C_1N_1N_2$ находится в промежуточном пространстве.

§ 36. Отражение в зеркалах восходящего и нисходящего положений

Прежде чем приступить к построению отражений в зеркалах нисходящего или восходящего положений, выясним, как будет построена точка схода для прямых, перпендикулярных к плоскостям такого положения.

Для уяснения построения точки схода F для прямых, перпендикулярных к плоскости зеркала нисходящего поло-

Решение. Для построения точки схода прямых, перпендикулярных плоскости заданного зеркала, достаточно определить его наклон к предметной плоскости, т. е. построить угол α и провести из дистанционной точки D_2 луч перпендикулярно к прямой AB_1 до пересечения с линией главного вертикала в точке F . Точка F и будет искомой (рис. 164).

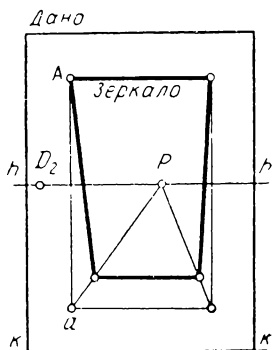


Рис. 163

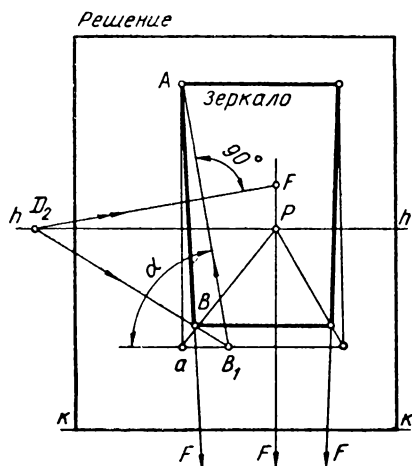


Рис. 164

Угол наклона зеркала к предметной плоскости построен путем вращения треугольника ABa вокруг неподвижной прямой Aa до фронтального положения AB_1a . Для этого катет Ba , перпендикулярный плоскости картины, перенесем при помощи точки D_2 и линии переноса в фронтальное положение B_1a . Треугольник ABa в повернутом положении AB_1a параллелен плоскости картины и поэтому угол α будет натуральным; следовательно, луч, проведенный из точки D_2 в точку схода F для всех прямых, перпендикулярных плоскости зеркала, должен быть перпендикулярен прямой AB_1 (см. § 36, рис. 161).

Пример 61. Построить точку схода F для прямых, перпендикулярных зеркалу восходящего положения; наклонные стороны зеркала направлены в недоступные точки схода (рис. 165).

Решение представлено на рисунке 166 и выполнено в следующем порядке:

1. Прямоугольный треугольник AaB вращаем вокруг неподвижной прямой катета Aa до фронтального положения

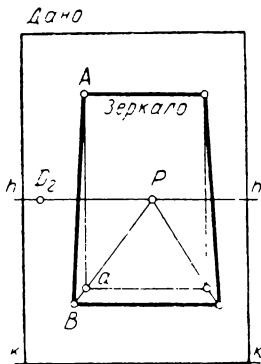


Рис. 165

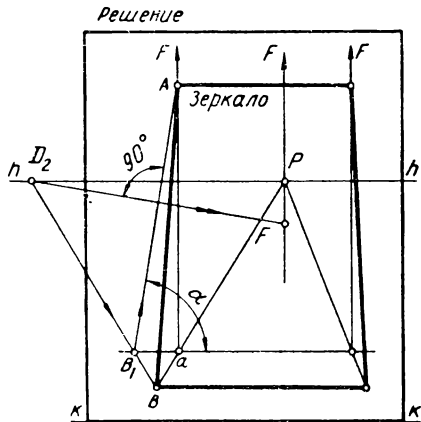


Рис. 166

ния AaB_1 . Для этого точку B перенесем при помощи точки D_2 и линии переноса в положение B_1 . Треугольник AaB в повернутом положении AaB_1 параллелен плоскости картины и поэтому угол α равен линейному углу наклона зеркала к предметной плоскости. Из точки D_2 проведем прямую перпендикулярно к гипотенузе AB_1 до пересечения с предельной прямой плоскости главного вертикала в точке схода F , которая и будет предельной точкой для всех прямых, перпендикулярных плоскости зеркала восходящего положения (см. § 36, рис. 162).

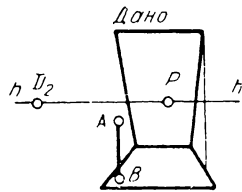


Рис. 167

Пример 62. На картине представлены: зеркало нисходящего положения, паркетный пол из квадратных плит и торшер AB . Построить отражение в зеркале заданных объектов (рис. 167).

Решение выполнено в графическом виде на рисунке 168.

Пример 64. Построить отражение наклоненного шеста AB в спокойной поверхности воды (рис. 171).

Решение представлено на рисунке 172 и выполнено в следующем порядке:

1. Строим отражение B' точки B в воде. Для этого из точки B опустим вертикаль вниз и через нее проведем вертикальную плоскость Q . Плоскость Q пересечет отвесную стену набережной по прямой $1-2$ (фронталь), а зеркало воды — по прямой Q'_n . Точка b_0 будет основанием точки B на поверхности зеркала воды. Отложим вниз по вертикали от точки b_0 отрезок $B'b_0 = Bb_0$, получим искомым точку B' — отражение точки B в воде.

2. Отражение точек A и a строим так же, как и отражение точки B . Соединив точки A' и B' прямой, получим искомым отрезок $A'B'$, который и будет отражением $A'B'$ отрезка AB в спокойной поверхности воды.

§ 38. Перспективный анализ и реконструкция картины

При создании произведения искусства видное место в работе художника занимают вопросы композиции, и от правильного их разрешения зависит конечный успех его труда.

Умение анализировать картину помогает художнику не только совершенствовать свои знания, но также и углублять познания в вопросах композиции.

Провести анализ картины — значит установить ее основные элементы, найти пространственное положение изображаемых объектов, установить между ними связь, найти их органическую соподчиненность (увидеть главное, основное), определить форму и размеры элементов изображаемого. Иначе говоря, при анализе картины должны выясняться две группы вопросов, а именно:

1. Вопросы композиции, выражающие идейный замысел художника.

2. Вопросы метрики и положения (взаимное расположение изображаемых объектов и их размеры).

Установление связи между изображенными объектами и определение их размеров путем построения комплексного чертежа по перспективному их изображению называют реконструкцией перспективы.

Рассмотрим вопросы, относящиеся к реконструкции

картины. Для построения комплексного чертежа по его перспективе или фотографии, кроме перспективного изображения, необходимо иметь (знать) дополнительные условия. Например, для определения размеров и формы плоской фигуры, изображенной на картине в предметной плоскости, требуется наличие пяти дополнительных условий, а для определений размеров той же плоской фигуры, но расположенной в предметном пространстве, — шесть.

Этими дополнительными условиями для определения размеров и формы плоской фигуры являются ее параметры и масштаб изображения, причем эти параметры (или дополнительные условия) должны быть свободными, т. е. взаимно независимыми. Так, например, для построения прямоугольника (в натуре) по его линейным размерам необходимо задать пять независимых друг от друга параметров, а именно четыре стороны и диагональ.

При рассмотрении картины или фотографии мы часто встречаем изображенные на ней объекты, свойства которых заранее нам известны. Например, если встречаем на картине изображение квадрата, то это все равно, что дано пять дополнительных условий, и знание того, что противоположные стороны прямоугольника параллельны, а в перспективе параллельные прямые имеют общую точку схода, даст еще одно дополнительное условие.

Определение основных элементов картины и размеров объекта по заданной его перспективе.

Пример 65. По представленной перспективе плоской фигуры $ABCD$, расположенной в предметной плоскости, определить основные элементы картины и натуральные размеры перспективы заданного объекта, если известно, что эта фигура — прямоугольник, диагональ которого образует с его смежной стороной угол 30° , высота точки зрения равна 35 мм, масштаб картины равен $1:1$ (рис. 173).

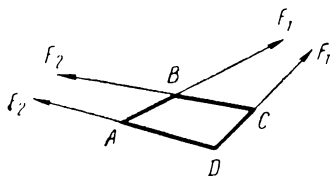


Рис. 173

Решение представлено на рисунках 174—175 и выполнено в следующем порядке:

1. Определяем линию горизонта hh . Для этого строим точки схода F_1 и F_2 параллельных сторон прямоугольника $ABCD$ и через эти точки проводим линию горизонта hh .

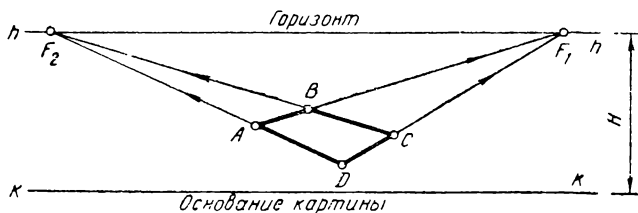


Рис. 174

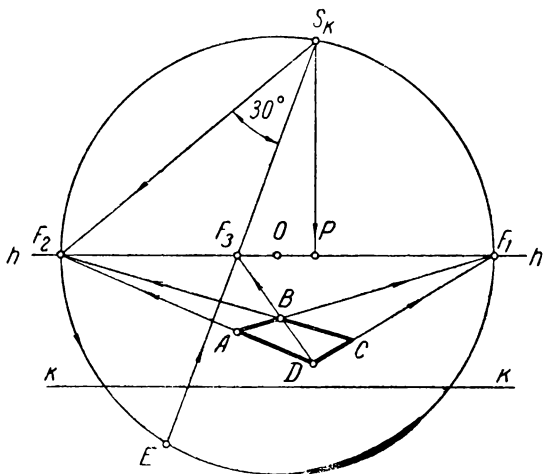


Рис. 175

2. Строим основание kk картины K . Для этого от линии горизонта вниз (по вертикали) откладываем заданную высоту точки зрения и через отмеченную точку проводим основание картины (прямую линию) параллельно линии горизонта.

3. Строим совмещенную точку зрения S_{κ} . Известно, что проектирующие лучи, проведенные через точку зрения для отыскания точек схода F_1 и F_2 прямых заданных направлений, параллельны им, и поэтому угол при совмещенной точке зрения S_{κ} должен быть равен углу при вершине D заданного объекта, так как в натуре лучи, проведенные в несобственные точки $F'_{1\infty}$ и $F'_{2\infty}$, параллельны предметной плоскости, и для данного примера этот угол является

прямым. Следовательно, искомая совмещенная точка зрения S_K должна лежать где-то на окружности, построенной на отрезке F_1F_2 как на диаметре (так как любой вписанный угол, опирающийся на диаметр, будет прямым).

4. Для отыскания единственного положения искомой точки S_K , удовлетворяющей условиям задачи, построим точку схода F_3 перспективы диагонали заданного прямоугольника. Воспользуемся дополнительным условием, что диагональ прямоугольника образует со смежной стороной его угол, равный 30° , и поэтому (опираясь на свойство вписанных углов) от точки F_2 отложим дугу 60° в точке E , проведем прямую EF_3 до пересечения с дугой построенной окружности в точке S_K . Точка S_K и будет искомой. Совмещенный угол при вершине S_K действительно равен 30° как вписанный угол, опирающийся на дугу F_2E в 60° .

Опустив из точки S_K перпендикуляр на линию горизонта, получим главную точку P картины K .

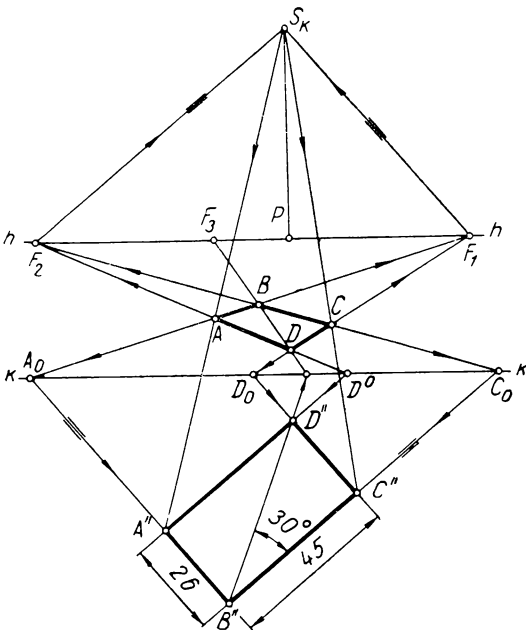


Рис. 176

5. Произведя реконструкцию и используя масштаб картины, найдем натуральные размеры прямоугольника, заданного в перспективе. Графическое решение представлено на рисунке 176 (§ 26, примеры 13—19).

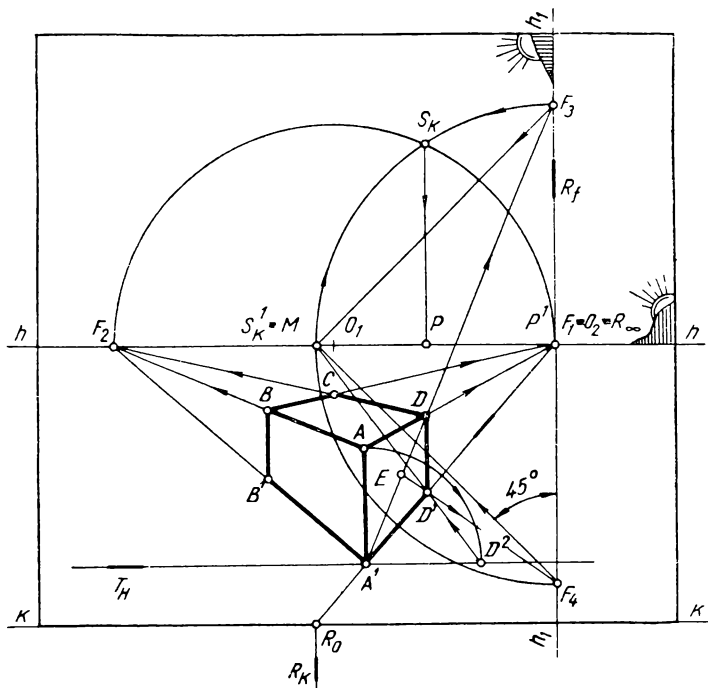


Рис. 177

Пример 66. На картине в предметной плоскости представлен параллелепипед $ABCD A^1 B^1 C^1 D^1$, причем известно, что его основание $A^1 A D D^1$ является квадратом, сторона которого в натуре равна 50 мм. Требуется установить основные элементы картины (рис. 177).

Решение представлено на рисунке 177 и выполнено в следующем порядке:

1. Определим линию горизонта hh . Для этого найдем точки схода F_1 и F_2 параллельных сторон: $AB \parallel CD$ — и через эти точки схода проведем линию гори-

зонта. Совмещенная точка зрения должна лежать на дуге окружности O_1 , построенной на отрезке F_1F_2 , так как угол при вершине A прямой (§ 17, 24).

2. Строим точку перспективного масштаба для прямой A^1D^1 . Для этого отрезок A^1A вращаем в фронтальной плоскости T до совмещения его с предметной плоскостью. Прямая D^2D^1 отметит на линии горизонта hh точку перспективного масштаба (M) для прямой A^1D^1 .

3. Определим совмещенную точку зрения. Для этого из точки F_1 радиусом, равным отрезку F_1M , проведем дугу до пересечения с дугой окружности O_1 в искомой точке S_κ (§ 24). Опустив из точки S_κ перпендикуляр на линию горизонта, получим главную точку P картины K .

4. Зная натуральный размер стороны AA^1 , методом боковой стены можно установить масштаб картины.

Эту задачу можно решать и другими способами.

а) Построим гомологию совмещения плоскости R , определяемой гранью A^1ADD^1 , с плоскостью картины K . Предельную прямую $R_f \equiv h_1h_1$ можно рассматривать как новый горизонт (предельная гомология совмещения), а отрезок F_3F_4 — как диаметр окружности O_2 , на которой должна находиться новая совмещенная точка зрения S_κ^1 (центр гомологии). Точка S_κ^1 должна находиться на пересечении перпендикуляра к h_1h_1 , восстановленного из центра $O_2 \equiv F_1$ до пересечения с окружностью O_2 в точке S_κ^1 , так как угол при точке E прямой, а диагонали идут под углом 45° к предельной прямой гомологии h_1h_1 в системе совмещения плоскостей K и R . Следовательно, точки F_3 и F_4 можно рассматривать как новые дистанционные точки. При переходе из системы h_1h_1 в систему hh точка F_3 определит искомую точку S_κ путем засекания дуги из центра O_2 радиусом O_2F_3 до пересечения с окружностью O_1 в искомой точке S_κ (§ 26).

б) Для решения также можно воспользоваться предельной точкой F_3 диагонали A^1D , зная, что угол DA^1D^1 в натуре равен 45° . Из точки F_3 проведем прямую под углом 45° к линии горизонта h_1h_1 , так как в прямоугольном треугольнике F_3EF_4 катет EF_4 равен расстоянию от центра проекций до предельной точки F_3 . Следовательно, точка M является точкой перспективного масштаба, как это мы уже установили в начальном решении. Проведем из центра $O_2 \equiv F_1$ дуги радиусом, равным O_2F_3 , до пересе-

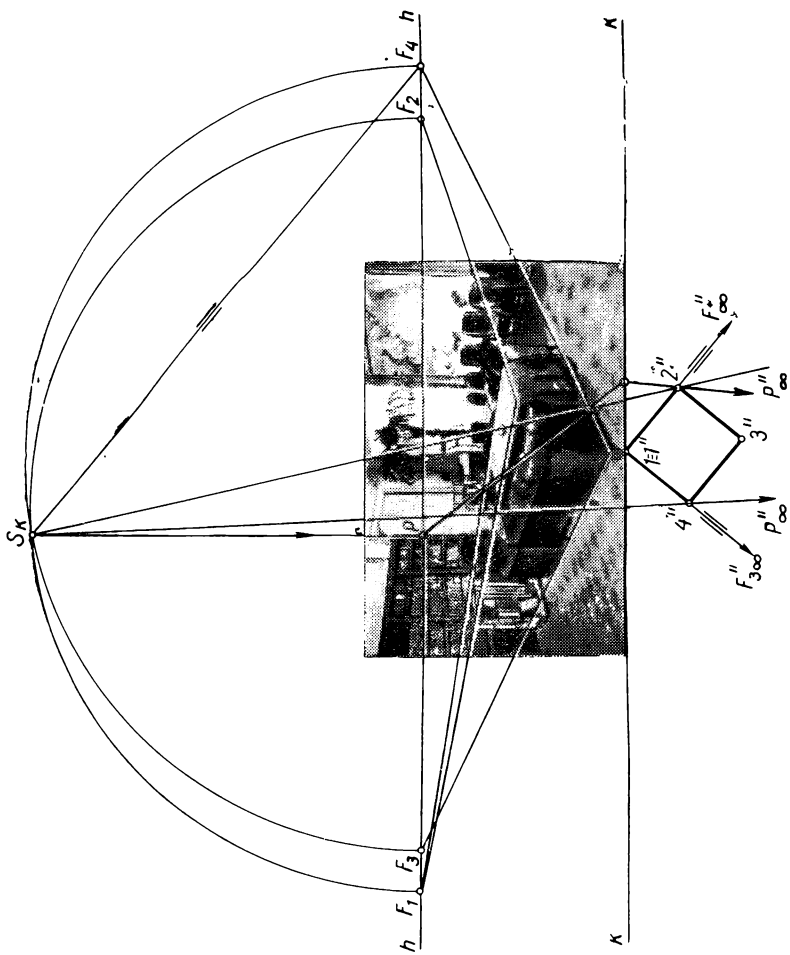


Рис. 178

чения с дугой окружности O_1 , опять получим ту же иско- мую точку S_K .

Определив основные элементы и зная масштаб картины, методом гомологических построений произведем реконструк- цию ее, т. е. определим размеры и положение изображен- ного объекта.

Пример 67. По заданной картине требуется произвести ее перспективный анализ (рис. 178).

Решение представлено в графическом виде на рисунке 178.

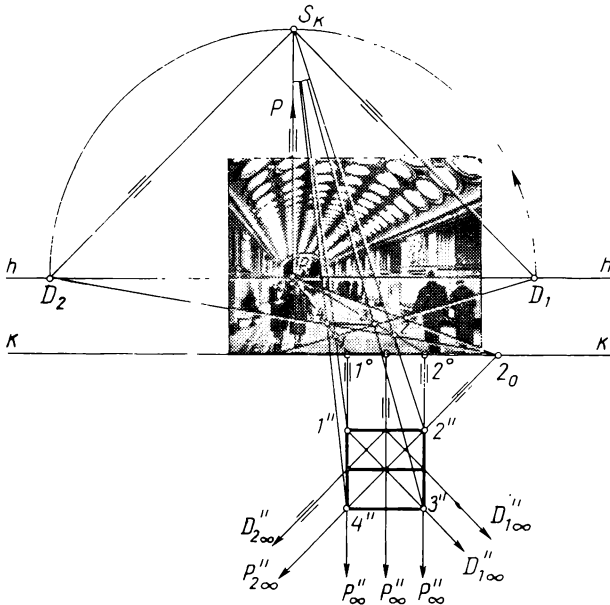


Рис. 179

Пример 68. По заданной картине требуется произвести перспективный анализ и определить масштаб картины (рис. 179).

Решение представлено в графическом виде на рисунке 179.

Пример 69. По заданной картине требуется произвести перспективный анализ (рис. 180).

Решение представлено в графическом виде на рисунке 180.

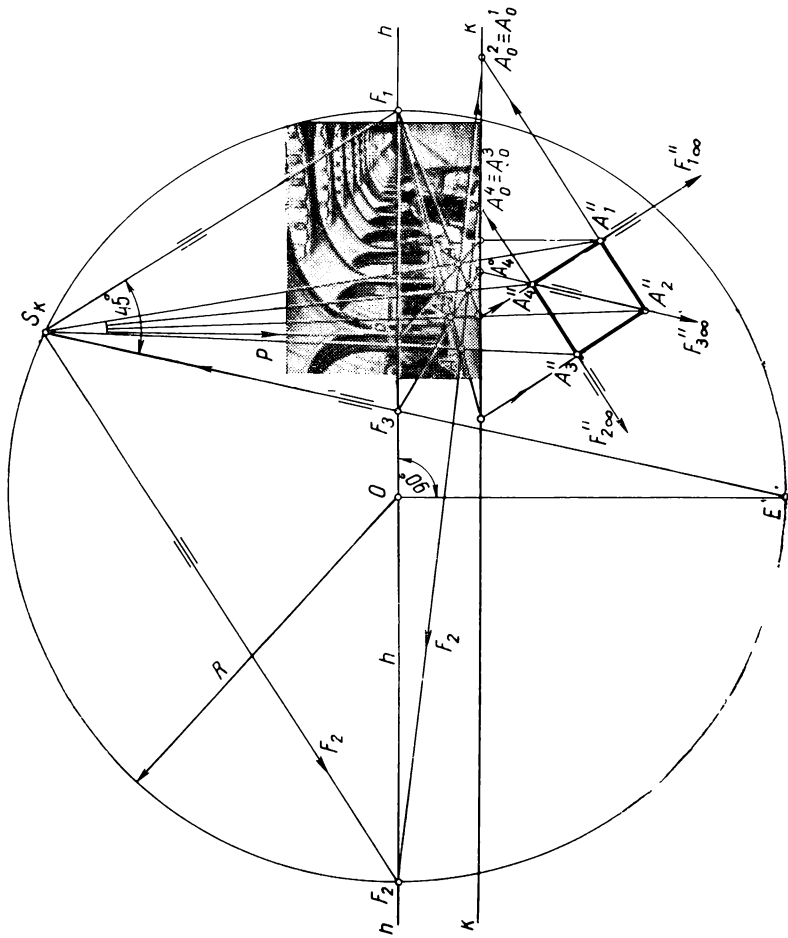


Рис. 180

§ 39. Выбор положения картинной плоскости

Чтобы построенный объект был в полном соответствии с художественным замыслом, необходимо иметь такое перспективное изображение, которое вызывало бы впечатление действительности и не вводило бы в заблуждение. Следовательно, перспективное изображение, построенное на плоскости, должно иметь подобие таких элементов, на основе которых человек приобрел практический опыт оценивать пространство путем определения объемов предметов на близком и далеком расстоянии, а также определения расстояний между отдельными предметами при различном их размещении и удалении друг от друга в пространстве.

Перспективные сокращения линий при построении изображаемых предметов на плоскости для выявления их объемов и перспективные сокращения расстояний между предметами и размеров самих предметов на разной глубине должны быть такими же, какими мы их видим в действительности.

Выбор точки зрения при построении перспективы должен быть согласован с положением картинной плоскости в соответствии с поставленной задачей.

Размещение изображаемого объекта по отношению к точке зрения должно быть целесообразным.

Правильно построенная перспектива объекта, но без учета вышеизложенного должна вызывать у зрителя недоумение в том случае, когда изображенный объект ему хорошо известен, и ложное, неверное представление об оригинале, когда изображенный объект не был ранее известен зрителю (на рис. 181 представлено изображение куба).

Взаимное расположение точки зрения, картинной плоскости и предмета связано с ограниченностью зрения человека.

Для построения перспективы, обеспечивающей отчетливое восприятие изображения, рекомендуется брать расстояние от точки зрения до предмета примерно в два раза больше наибольшего размера объекта, предназначенного для построения перспективы. Такое расстояние позволит художнику при неподвижном положении головы и глаз окинуть одним взглядом весь предмет (рис. 182).

Лучи отраженного света от двух крайних точек предмета, попадающие в точку зрения, образуют плоский угол $A'SB'$, называемый наибольшим углом зрения данного

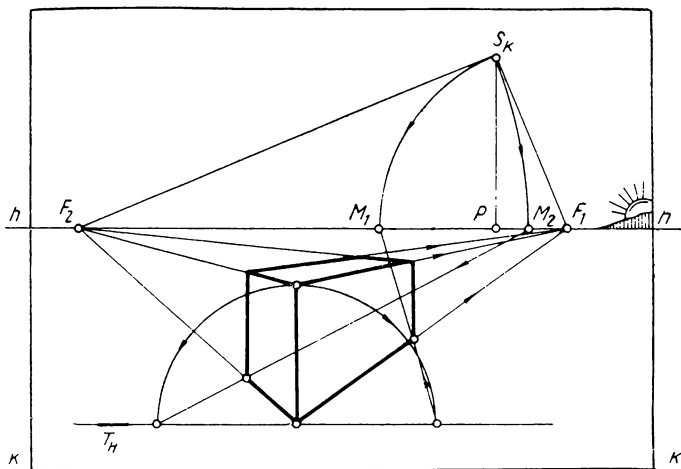


Рис. 181

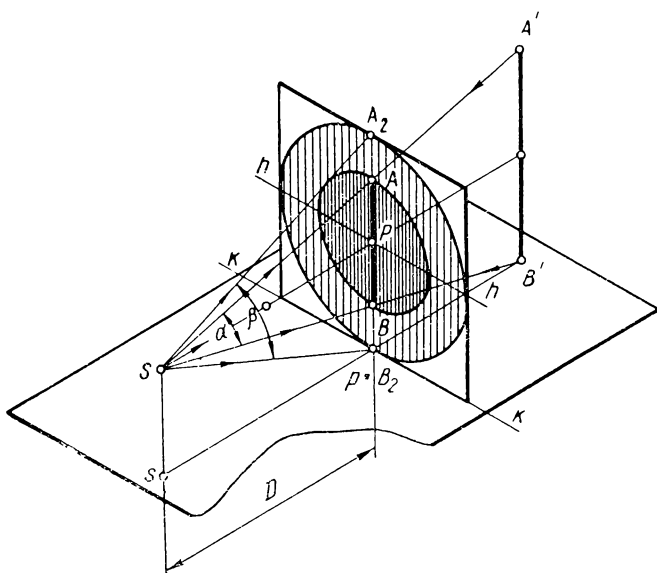


Рис. 182

предмета. Совокупность световых лучей, идущих от освещенной поверхности объекта, образует световой конус. Очевидно, что у человека при рассмотрении предмета должно быть два таких световых конуса (линейная перспектива является монокулярной).

Линия пересечения светового конуса с плоскостью картины определяет границы поля ясного зрения¹. Угол A_2SB_2 называют углом зрения картины. Отношения $\frac{D}{AB}$ и $\frac{D}{A_2B_2}$ называют оптическими элементами картины (рис. 182). Известно, что угол зрения, при котором человек отчетливо видит предмет, колеблется для разных людей от 20° до 60°, приняв этот угол около 30°, получим $\frac{D}{A'B'} = 2,5$; $\frac{D}{A_2B_2} = 2$, а поэтому расстояние от точки зрения до предмета, предназначенного для изображения, должно быть в два с половиной раза больше наибольшего размера заданного объекта. Следовательно, угол зрения, ограничивающий расстояние от предмета до точки зрения, обуславливает главное расстояние картины (§ 10) и является как раз тем углом зрения, при котором человек ясно видит окружающие его предметы (конечно, в пределах определенного расстояния). Поэтому перспективные построения, выполненные с таким углом зрения, способны вызывать наибольшую иллюзию, т. е. зритель на такой картине может увидеть подобия элементов, которые он наблюдал, определяя объемы предметов, позволившие ему приобрести способность оценивать пространство, т. е. видеть.

Но для того чтобы построить перспективное изображение объекта, по которому можно было бы легко составить верное впечатление о его позиционных свойствах, относительном размере, форме и пропорциях частей, необходимо иметь не только правильно выбранную точку зрения, но весьма важно найти то положение картинной плоскости, от которого и будет зависеть наглядность построения.

Дадим **определение наглядности**. Перспективное изображение, дающее представление об относительном размере, форме, позиционных свойствах и пропорциях частей, соответствующих натуре, называется **наглядным изображением**.

¹ Более подробное описание о зрении человека см., например Н. А. Рынин, Перспектива, Петроград, 1918, стр. 37.

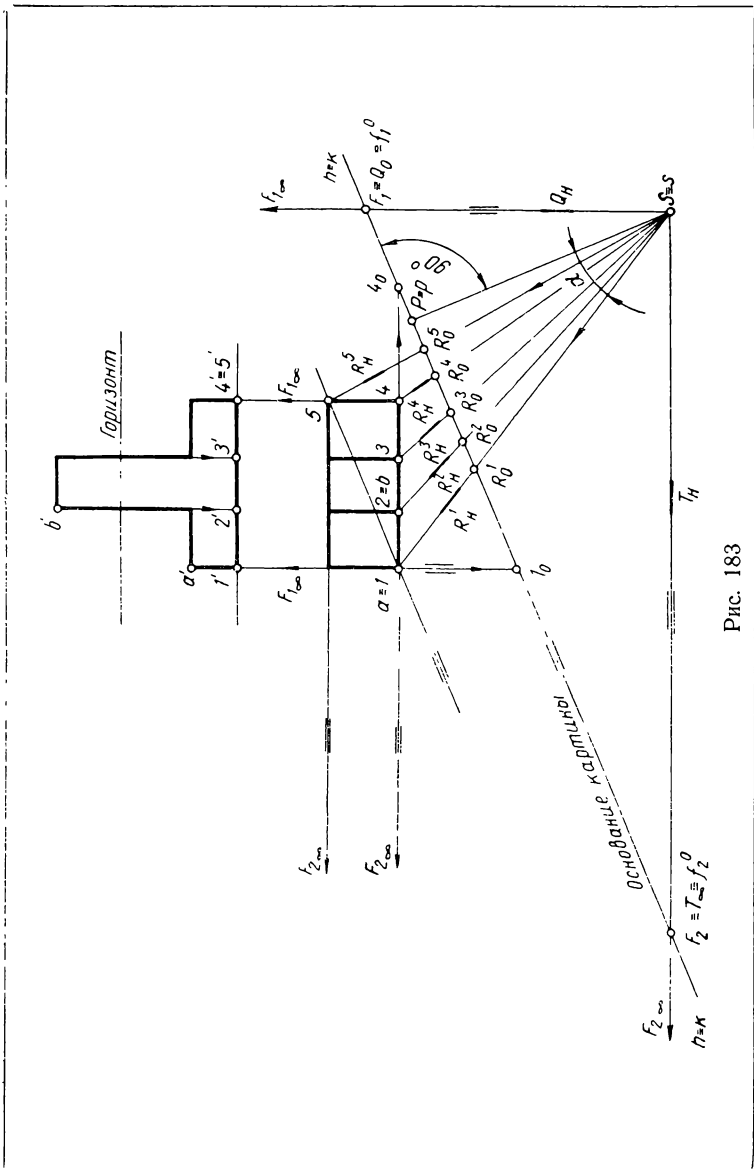


Рис. 183

Перспективные изображения, построенные без учета хотя бы одного из перечисленных условий, определяющих наглядность, не могут считаться наглядными потому, что не способны вызвать необходимой иллюзии, следовательно, и верного представления о натуре, так как зритель на таких изображениях не увидит подобия всех элементов, которые он наблюдал, приобретая опыт ориентации в окружающей обстановке, путем определения объема предметов, расстояний до них и между ними, рассматривая в пространстве в реальной действительности, сопоставляя и сравнивая предметы друг с другом.

Пример 70. Пусть даны план и фасад объекта (рис. 183), по которым требуется построить перспективное изображение, обеспечивающее соответствие с действительным объектом.

Решение представлено на рисунках 183 — 184 и выполнено в следующем порядке:

1. Строим в плане основание картинной плоскости K . Для этого проведем прямую $kk \parallel 1-5$.

2. Выбираем положение точки зрения: $S \equiv s$. Для этого на расстоянии, в два раза большем наибольшего размера заданного объекта, проведем прямую $\parallel kk$ и на ней отметим, на основе графического построения, точку зрения, обеспечивающую построение перспективного изображения, соответствующего действительности. Перпендикуляр, опущенный из точки $S \equiv s$ на основание kk картины K , определит направление главного луча SP (порядок построения см. § 32, рис. 148, 149).

Сравнивая отношения отрезков объекта, заданного планом и фасадом, с отношениями отрезков, полученных в перспективе, построенной по этому же плану и фасаду, замечаем, что эти отношения находятся в соответствии (рис. 184).

Посмотрим результаты построения по указанному способу на другом примере. Требуется построить перспективу зала (рис. 185).

Выполняя построение на рисунке 185 основания картины по вышеописанному способу, приходим к так называемой фронтальной перспективе¹, и, следовательно, положение точки зрения здесь будет обусловлено только лишь углом зрения. Сравнивая отношения отрезков оригинала с соответствующими отношениями построенной перспективы, за-

¹ См., например: А. П. Барышников, Перспектива, М., «Искусство», 1955, стр. 16.

ЛИНЗЫ ЗА ДВУХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ АЧ

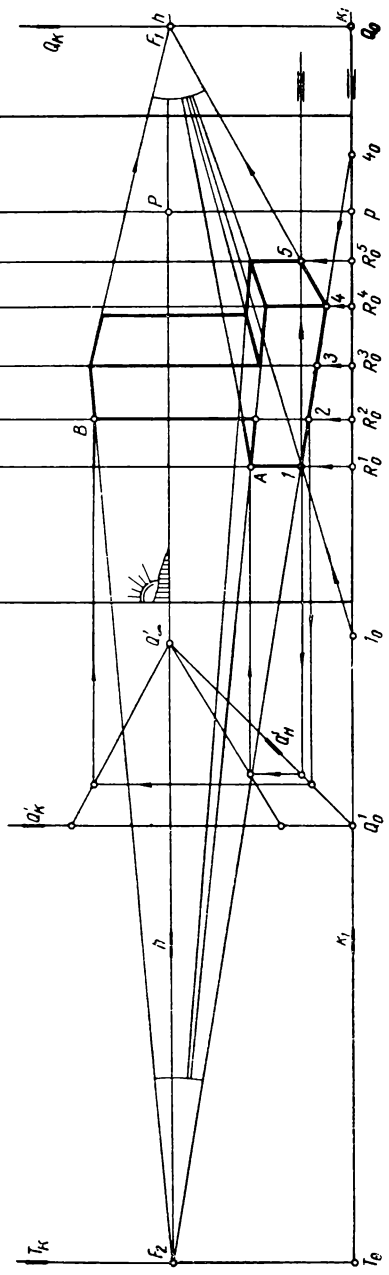


Рис. 184

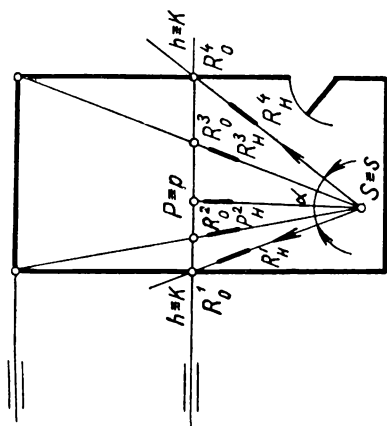
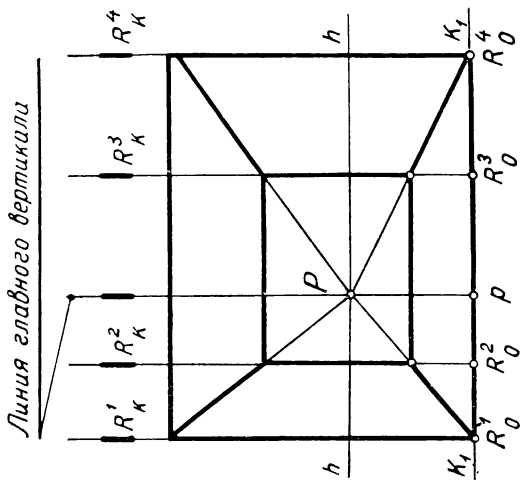


Рис. 185

мечаем, так же как и в предыдущем примере, что эти отношения согласованы.

Предлагаемый способ построения перспективных изображений, соответствующих натуре, может быть успешно применен не только для архитектурных объектов, но и для любых объектов, имеющих самую разнообразную форму. Для последних рекомендуется перед построением перспективы объем данного предмета заключить в обертывающую поверхность¹ и далее построение перспективы исполнять описанным выше способом.

Предлагаемый метод предельно прост и позволяет строить наглядные перспективные изображения любых объектов в полном соответствии их с задуманным образом.

§ 40. Примеры на все отделы перспективы

Пример 71. В плане заданы четыре положения прямо угольной пластинки, повернутой вокруг неподвижной стороны, перпендикулярной предметной плоскости, и даны основные элементы картины (рис. 186). Построить перспективное изображение прямоугольной пластинки в заданных положениях.

Решение представлено в графическом виде на рисунке 186. Для решения применен метод гомологических построений (§ 26). Знание этого построения позволяет строить перспективу открытых дверей в заданном положении

Пример 72. Построить перспективу теней от рамки $A^1A^2A^3A^4$ и отрезка $A'B$ при заданном источнике света S (рис. 187).

Для построения перспективы падающих теней от заданных объектов на соответствующую плоскость должны быть построены основания источника света и объекта на эту же плоскость.

Решение выполнено способом, указанным в § 30, и представлено на рисунке 187.

Пример 73. Построить перспективное изображение одно-польной открытой двери, дверной проем которой расположен в фронтальной плоскости (рис. 188).

Решение выполнено способом, указанным в § 27, и представлено на рисунке 189.

¹ См., например: Н. А. Рынин, Перспектива, Петроград, 1918, стр. 190.

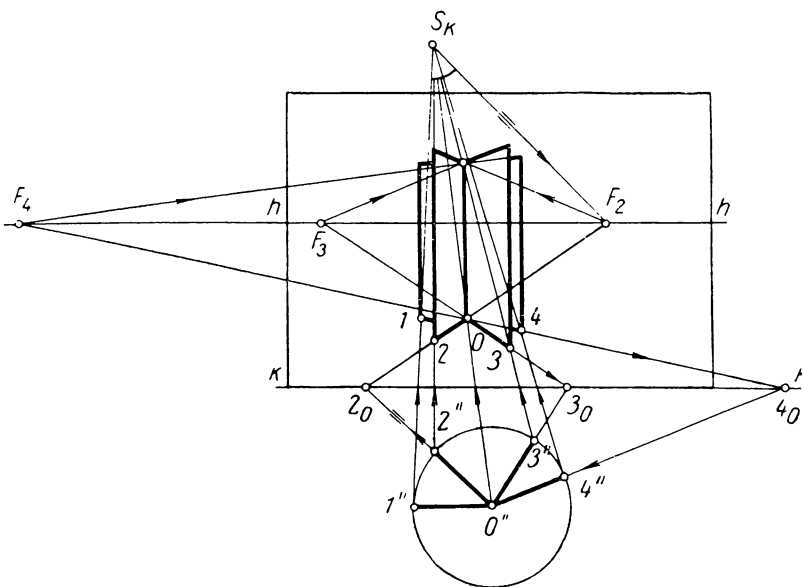


Рис. 186

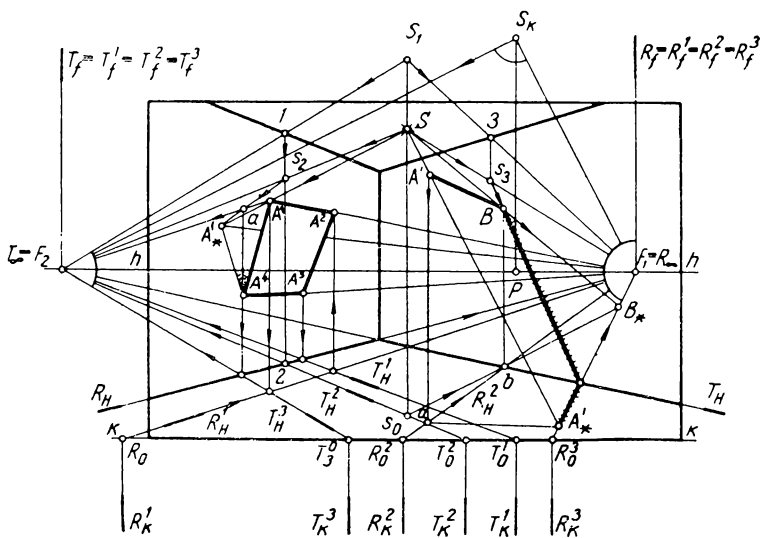


Рис. 187

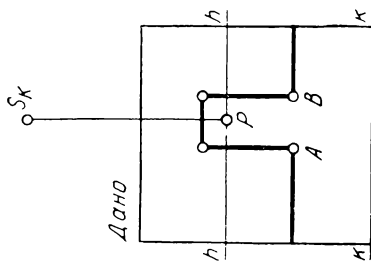


Рис. 188

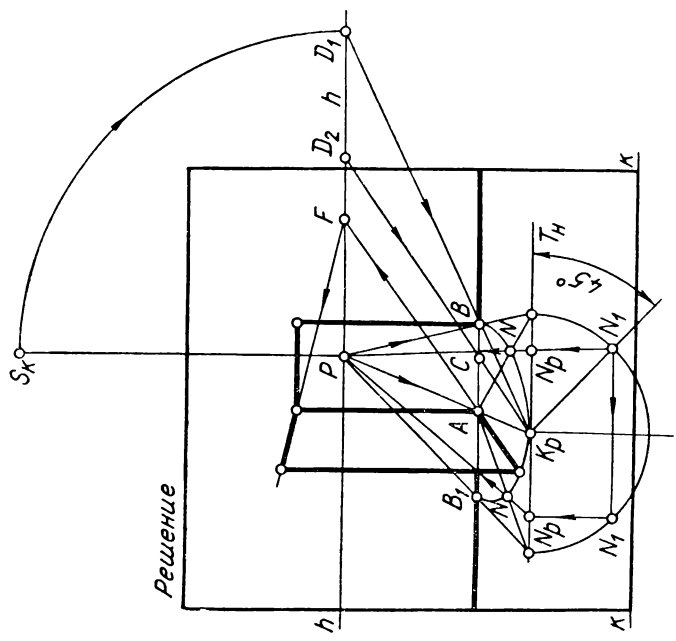


Рис. 189

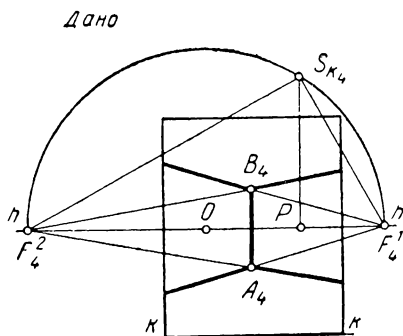


Рис. 190

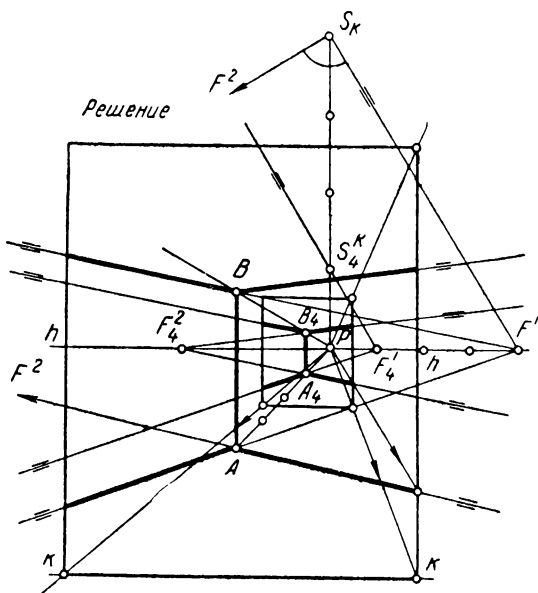


Рис. 191

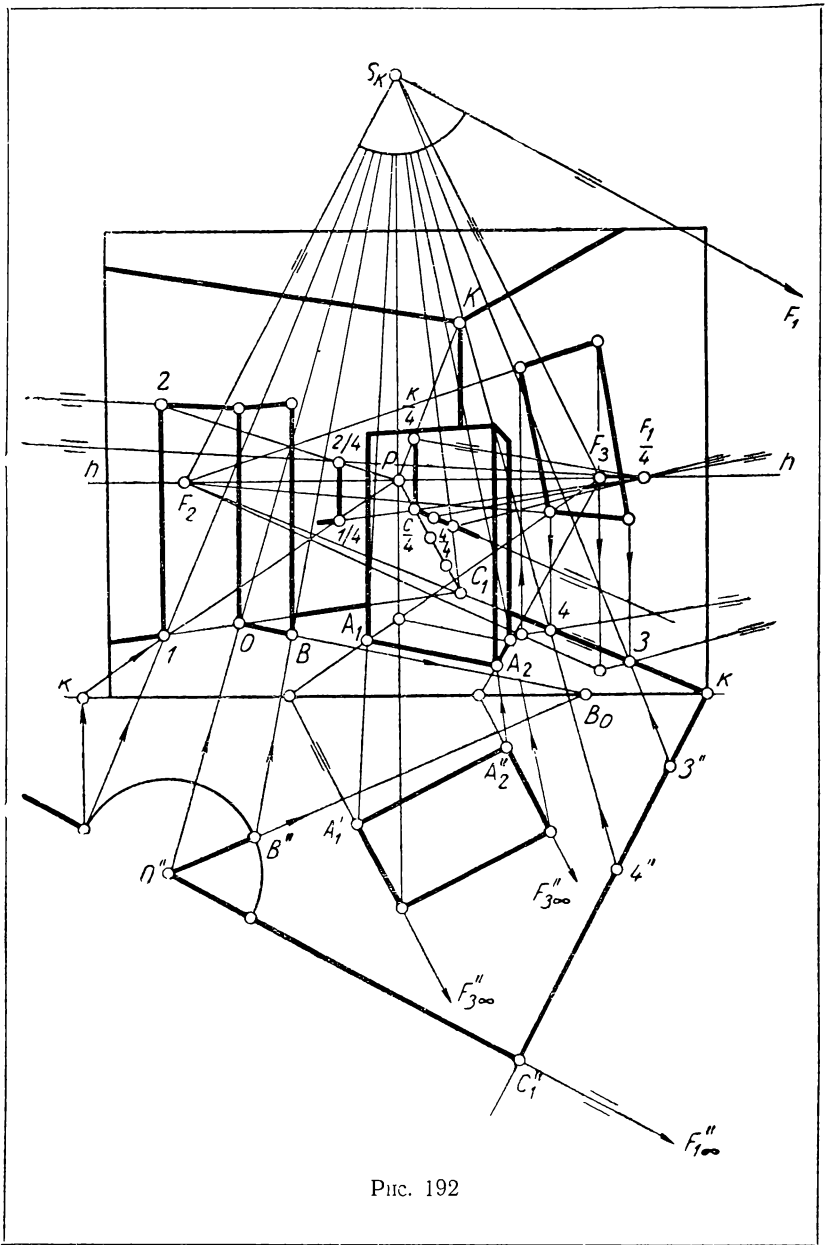


Рис. 192

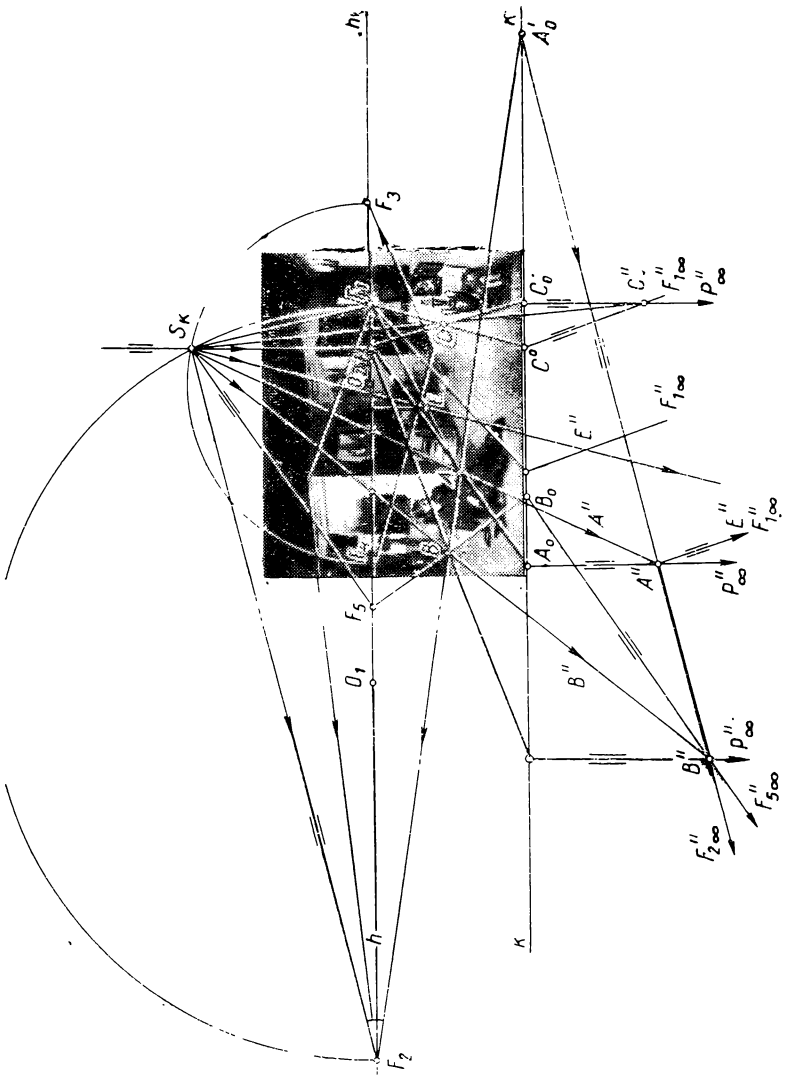


Рис. 193

Пример 74. На картине представлен угловой интерьер комнаты (рис. 190). Требуется увеличить картину в четыре раза.

Решение выполнено способом, указанным в § 28, и представлено на рисунке 191.

Пример 75. Даны основные элементы картины и совмещенное положение плана комнаты, в которой изображены следующие объекты: 1) шкаф; 2) дверной проем с открытой дверью; 3) основание стороны 4"-3" картины, висящей на стене (рис. 192). Построить перспективное изображение заданных объектов, взяв произвольно недостающие размеры.

Решение выполнено способом, указанным в § 26, и представлено на рисунке 192.

Пример 76. По представленной картине (рис. 193) построить ее основные элементы.

Решение выполнено графически и представлено на рисунке 193.

III. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ТЕМАМ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Контрольная работа № 5 состоит из четырех заданий 17, 18, 19, 20 и оформляется по образцу, представленному на рисунке 3.

Задание 17

Тема. Перспектива точки и прямой линии. Предельные точки, линия горизонта.

Целевое назначение.

1. Изучение проектирующего аппарата, терминологии и обозначений, принятых в центральном проектировании.

2. Изучение построений перспективных изображений точек и прямых линий на проектирующем аппарате и картине.

Содержание.

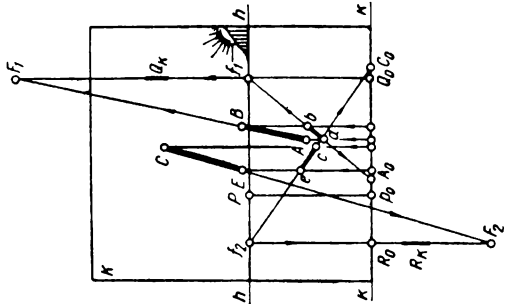
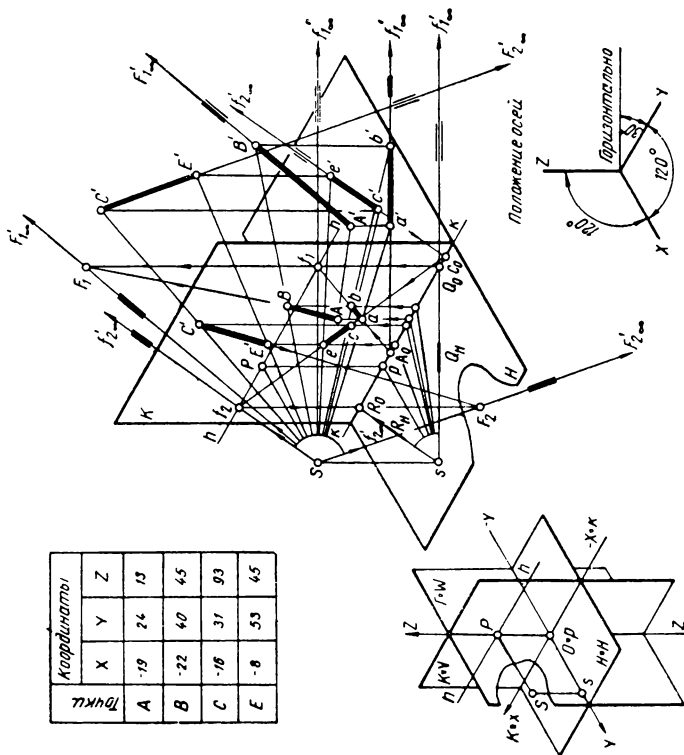
Построить линию горизонта. Построить перспективное изображение восходящей и нисходящей прямых по заданным координатам, взяв данные по соответствующему варианту из таблицы 4 (размеры даны в миллиметрах).

Пример выполнения работы представлен на рисунке 194.

Оформление. Графическая часть работы выполняется на чертежной бумаге формата 12, обводка чертежа тушью, раскраска акварелью. Объяснительная записка выполняется на писчей бумаге формата 4, исполнение чернилами (см. § 2).

Последовательность выполнения. См. § 2, пункты: а, б, в, г.

Координаты			
Точки	X	Y	Z
A	-19	24	13
B	-22	40	45
C	-16	31	93
E	-8	53	45



ПЕРСПЕКТИВА		17
Чертил	Иванов П	10.10.64
Принят	МГЗПИ	62026

Рис. 194

Таблица 4

№ варианта	Координаты точек											
	A			B			C			D		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
0	-46	-40	16	-7	-64	48	-46	-40	52	-7	-64	20
1	25	-15	17	-30	-68	65	-46	-17	70	-40	-56	20
2	-43	-28	27	20	-85	70	-30	-30	47	-50	-50	0
3	-47	-17	20	-41	-57	70	-47	-17	70	-41	-57	21
4	-32	-32	15	-52	-56	47	30	-32	50	52	-56	0
5	-40	-25	21	15	-80	65	-25	-25	40	-45	-45	10
6	-25	-15	17	30	-65	65	46	-20	60	40	-50	20
7	10	-60	50	-45	-40	15	15	-50	20	-45	-40	45
8	-64	-40	-44	25	0	0	-30	-25	76	-40	-33	51
9	-30	-25	35	-40	-31	50	30	-31	35	40	-25	70

Руководящие указания

1. Проектирующий аппарат и изображения объектов на нем строить в изометрической проекции без учета показателей искажения.

2. На проектирующем аппарате картинную и предметную плоскости закрасить акварелью в различные цвета (см. § 3).

3. На картине часть картинной плоскости, ограниченной линией горизонта и основанием картины, закрасить в один цвет с предметной плоскостью, а оставшуюся часть картины над линией горизонта закрасить в один цвет с картинной плоскостью.

4. Все вспомогательные линии построения на проектирующем аппарате и картине должны быть сохранены.

5. Последовательный ход построения указать стрелками.

Вопросы для самопроверки

1. В чем состоит способ центрального проектирования?
2. Что такое проектирующий луч?
3. Что такое мнимое пространство?
4. Какие линии картины принимают за оси координат?

5. Что такое главное расстояние?
6. Что такое основные элементы картины?
7. Что называется нейтральной линией и плоскостью?
8. Как называют линию, условно разделяющую картину на правую и левую стороны?
9. Что такое точка зрения и какое ее другое название?
10. Что называется плоскостью и линией горизонта?
11. Что такое главный луч зрения?
12. Что такое главная плоскость картины?
13. Что такое координатная система проектирующего аппарата.
14. Что называется перспективой точки?
15. Что называется основанием точки?
16. Что такое «линия связи» и как она расположена на картине?
17. Может ли совпадать перспектива точки с перспективой своего основания?
18. Какая существует связь между перспективой точки и ее основанием?
19. На картине совпадают перспективы двух точек, а основания их перспектив не совпадают. Какая из этих точек в пространстве ближе расположена к картинной плоскости?
20. Определяет ли перспектива точки ее положение в пространстве, а точка пространства перспективу?
21. Укажите на картине границы расположения перспектив всех точек, принадлежащих предметной плоскости.
22. Как располагаются на картине перспективы оснований точек, различно удаленных в пространстве от картинной плоскости?
23. Какую точку на картине принимают за начало осей координат?
24. Если точка зрения будет удаляться от картины по линии, перпендикулярной к картине, то как будет изменяться перспектива предмета?
25. Что такое начало плоскости?
26. Что такое предметный след плоскости?
27. Что является перспективой прямой линии предметного пространства?
28. Что такое предельная точка (или точка схода) прямой?
29. Что называется земной и небесной точкой схода?
30. Как расположены прямые в пространстве, если их

перспективы имеют точку схода, совпадающую с перспективой своего основания?

31. Что называется началом и концом прямых линий на картине?

32. Через какие точки проходит линия горизонта и на каком уровне она расположена?

33. Что такое предельная прямая предметной плоскости?

34. Какой перспективный вид может иметь прямая линия в зависимости от ее расположения в пространстве?

Л и т е р а т у р а

ГОСТы «Чертежи в машиностроении», 3450-60, 3453-59, 3454-59.

А. И. Д о б р я к о в, Курс начертательной геометрии, § 42.

Г. А. В л а д и м и р с к и й, Перспектива, § 1—4.

Настоящее пособие, § 1—17.

Задание 18

Тема. Масштабы. Совмещение плоскости объекта с картинной плоскостью. Построение перспектив плоских фигур и многогранников.

Целевое назначение.

1. Изучение способов построений для нахождения натуральных размеров объекта по его перспективе.

2. Изучение способов построения перспективных изображений плоских фигур и многогранников по их заданным размерам и положению.

Содержание.

1. Построить перспективное изображение треугольной пирамиды по заданным ее размерам, произвольно поставленной на предметную плоскость.

2. Построить перспективное изображение паркета пола. Пример выполнения работы представлен на рисунке 195.

Оформление. См. задание 17.

Последовательность выполнения. См. § 2, пункты: а, б, в, г.

Руководящие указания.

1. При построении перспективного изображения треугольной пирамиды принять высоту точки зрения ниже высоты объекта.

2. Основание пирамиды расположить на совмещенном положении предметной плоскости с нижней половиной картины так, чтобы на изображенной пирамиде были видны две ее грани.

3. По совмещенному положению основания пирамиды (лежащего в предметной плоскости) с картиной K построить перспективное (или гомологическое) изображение основания пирамиды.

4. За центр гомологии взять совмещенную точку зрения, за ось гомологии — основание kk картины K , а в качестве пары соответственных точек можно взять любую предельную точку предметной плоскости и несобственную точку прямой, проходящей через центр гомологии и выбранную на предельной прямой гомологии (или линии горизонта) предельную точку (см. § 26).

5. Размеры пирамиды взять произвольно, но с таким расчетом, чтобы изображение на картине было достаточно крупным.

6. Высоту пирамиды построить при помощи масштаба высоты, взяв для этого любую плоскость, перпендикулярную к предметной плоскости.

7. При построении паркета пола совместить (путем вращения вокруг основания картины) предметную плоскость с нижней частью картинной плоскости и на ней исполнить чертеж задуманного паркета.

8. Перспективное изображение паркета пола построить при помощи дробной дистанционной и главной точек картины.

9. Задний план паркета окрасить в более слабые тона по сравнению с передним планом (на основании воздушной перспективы).

10. Все вспомогательные линии построения на картине должны быть сохранены.

11. Последовательный ход построения указать стрелками.

Вопросы для самопроверки.

1. Что такое дистанционная точка и как она обозначается?

2. Как измерить длину отрезка произвольного направления, расположенного в предметной плоскости?

3. Что называется масштабом глубин?

4. Покажите на картине масштаб широт, глубин, высот и перспективный масштаб и объясните, для чего они применяются.

5. Если точка зрения будет удаляться от картины по линии, перпендикулярной к картине, то как будет изменяться перспектива предмета?

6. При каком положении соответственные фигуры называются перспективными?
7. Что такое центр и ось гомологии?
8. Что такое предельная прямая гомологии?
9. При каком положении соответствие предметной и картинной плоскостей называется гомологией?
10. При каком положении соответственные фигуры называются гомологическими?
11. Какими элементами вполне определяется гомология?
12. Что называется следами прямой линии, как обозначаются и называются эти следы на картине?
13. Перечислите прямые, которые не имеют следов на картине?
14. Какие из прямых имеют только один след и назовите эти прямые?
15. Как изображается перспектива прямых линий, проходящих через точку стояния?
16. Что нужно иметь на картине для определения прямой линии в пространстве?
17. На чем основан способ деления отрезка прямой линии в заданном отношении и как это выполняется на картине?
18. В каком случае деление перспективы прямой соответствует такому же делению самой прямой в натуре?
19. Что такое точка схода перспектив семейства параллельных линий?
20. Что такое несобственная точка пространства?
21. Что такое несобственная плоскость пространства?
22. Что значит установить гомологию совмещения плоскостей?

Л и т е р а т у р а

ГОСТы «Чертежи в машиностроении», 3450-60, 3453-59, 3454-59.
 А. И. Д о б р я к о в, Курс начертательной геометрии, § 44.
 Г. А. В л а д и м и р с к и й. Перспектива § 5—10.
 Настоящее пособие, § 18—26.

Задание 19

Тема. Построение окружности в перспективе.

Целевое назначение.

1. Изучение построений перспективных изображений окружности.

2. Изучение гомологических построений отдельных точек дуги окружности.

Содержание.

1. Построить перспективное изображение однополюсной открытой двери, дверной проем которой расположен в фронтальной плоскости.

2. Построить перспективное изображение двупольной открытой двери (или открытого окна), дверной проем которой расположен в плоскости, параллельной главной плоскости.

Пример выполнения работы представлен на рисунке 196.

Оформление. См. задание 17.

Последовательность выполнения. См. § 2, пункты: а, б, в, г.

Руководящие указания.

1. Размеры комнаты, дверей и окна взять произвольно.

2. В комнате разместить два, три предмета (стол, стул, картина). Пол покрыть линолеумом (без рисунка).

3. Для построения применить совмещенный план комнаты, дальнейшее решение — любым способом.

4. Цветовое решение картины вести с учетом воздушной перспективы.

5. Все вспомогательные линии построения на картине должны быть сохранены.

6. Последовательный ход построения указать стрелками.

Вопросы для самопроверки.

1. Где должны быть расположены (относительно точки зрения и картины) окружности, чтобы их изображения на картине имели вид окружности, гиперболы, параболы, эллипса, отрезка прямой?

2. Как строится перспектива окружности?

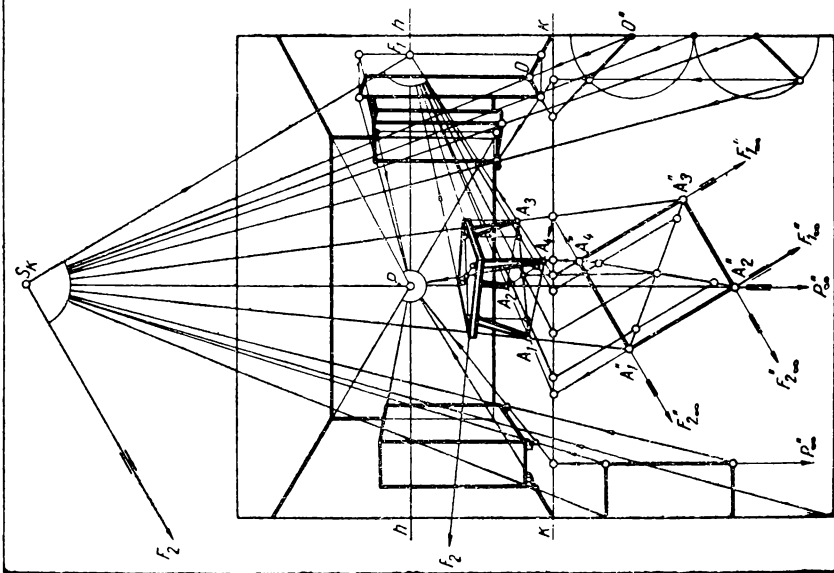
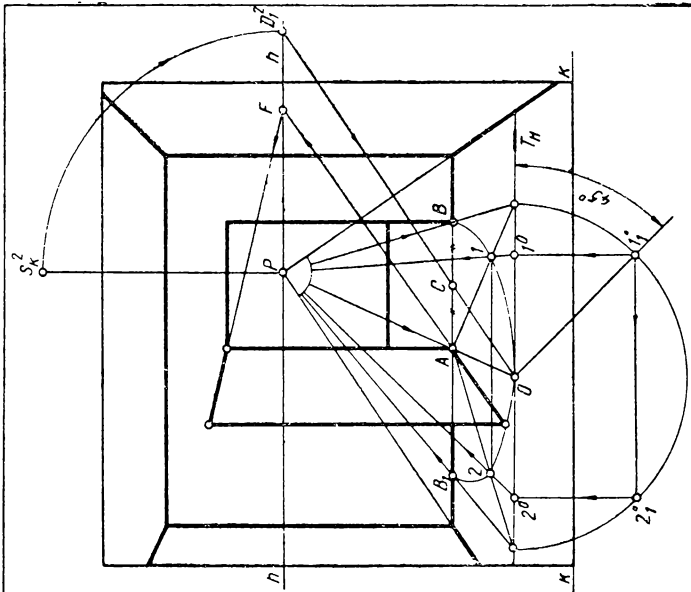
3. Как будут называться основные элементы картины при установлении гомологии совмещения предметной и картинной плоскостей?

4. Что такое перспективное соответствие?

5. Что такое перспективная коллинеация?

6. Перечислите все возможные положения окружности в пространстве (относительно точки зрения и картины), чтобы ее перспектива представляла отрезок прямой.

7. При круглом плане интерьера (цирк, стадион) где должен находиться зритель, чтобы он мог одновременно наблюдать все три вида перспективы окружности (эллипс, парабола, гипербола)?



Черт. в альбоме Д. 3 в 64	МГЗПИ	19
		Х/Ф 62028
Примеч.		

ПЕРСПЕКТИВА

Литература

- А. И. Добряков, Курс начертательной геометрии, § 45—46.
Г. А. Владимирский, Перспектива, § 11.
Настоящее пособие, § 26—28.

Задание 20

Тема. Построение перспективы объекта при недоступных точках схода.

Целевое назначение.

1. Изучение построений перспективных изображений при недоступных точках схода.

2. Изучение построений методом малой и большой картин.

Содержание.

1. Построить перспективное изображение квадратного паркета пола, плитусы которого произвольно направлены в недоступные точки схода.

Пример выполнения работы представлен на рисунке 197.

Оформление. См. задание 17.

Последовательность выполнения. См. § 2, пункты: а, б, в, г.

Руководящие указания.

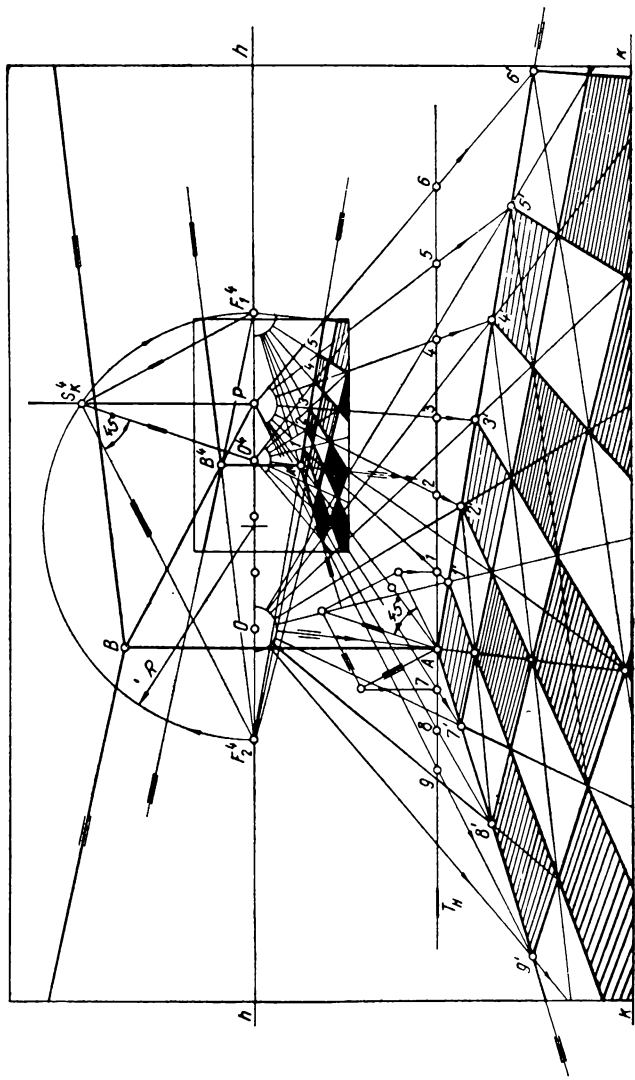
1. Для построения квадратного паркета пола взять произвольное направление плитусов пола, предельные точки которых находятся за пределами поля чертежа.

2. Построение выполнить способом перехода от большой к малой картине.

3. Коэффициент подобия для перехода от большой к малой картине взять по соответствующему варианту из таблицы 5.

Таблица 5

№ варианта	Коэффициент подобия	№ варианта	Коэффициент подобия
0	1/2	5	1/2
1	1/3	6	1/3
2	1/4	7	1/4
3	1/5	8	1/5
4	1/6	9	1/6



МЕТОД МАЛОЙ КАРТИНЫ		20
чертил Принял	Хрол Н 12.12.64	хгф 61003
	МГЗПИ	

Рис. 197.

4. Задний план паркета окрасить в более слабые тона по сравнению с передним планом (на основании воздушной перспективы). Окраску плит исполнить в шахматном порядке.

5. Все вспомогательные линии построения на картине должны быть сохранены.

6. Последовательный ход построения указать стрелками.

Вопросы для самопроверки

1. На чем основаны способы проведения прямых в недоступные точки схода?

2. Опишите способы проведения прямых в недоступные точки схода и начертите соответствующие чертежи.

3. Что такое коэффициент подобия?

4. На чем основано построение большой картины?

5. В чем состоят свойства подобных фигур?

6. Где применяется метод подобия?

7. Когда применяется метод малой картины?

8. На чем основан переход от малой картины к большой картине и от большой к малой?

9. Что такое центр подобия?

Литература

А. И. Добряков, Курс начертательной геометрии, § 46.

Г. А. Владимирский, Перспектива, § 15.

Настоящее пособие, § 26, 28.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Контрольная работа № 6 состоит из четырех заданий: 21, 22, 23, 24 и оформляется по образцу, представленному на рисунке 3.

Задание 21

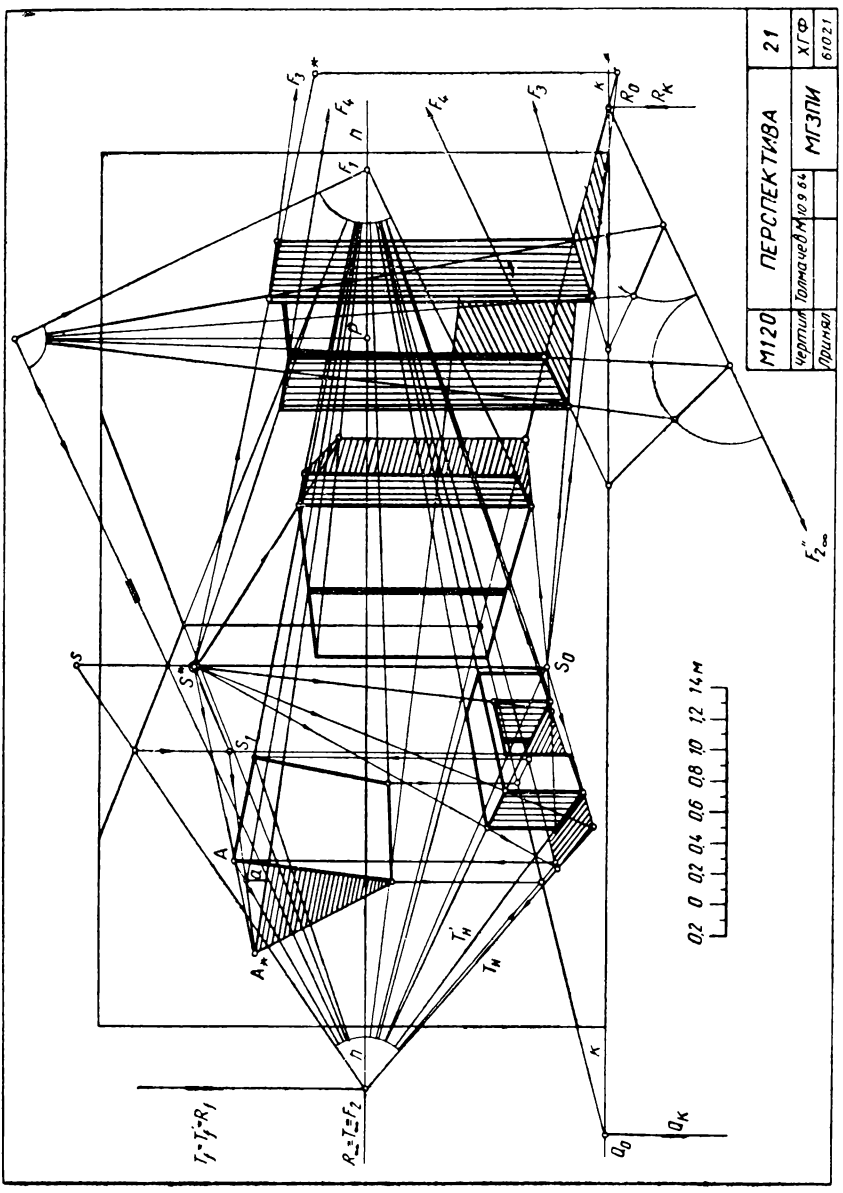
• **Тема.** Построение перспективы теней при центральном освещении.

Целевое назначение. Изучение построений перспективы теней от заданных объектов при центральном освещении.

Содержание.

1. Построить угловой интерьер комнаты.

2. Построить перспективные изображения следующих



М120	ПЕРСПЕКТИВА	21
Чертеж	Томачев	М109/64
Принят	МГПИ	6/021

Рис. 198

объектов: стола, дивана, книжной полки, картины, открытой двери.

3. Построить тень при искусственном источнике света от заданных объектов.

Пример выполнения работы представлен на рисунке 198.

Оформление. См. задание 17.

Последовательность выполнения. См. § 2, пункты: а, б, в, г.

Руководящие указания.

1. Перспективу углового интерьера комнаты построить при доступных точках схода плинтусов пола.

2. Высоту комнаты принять равной 4 м.

3. Масштаб для построения 1:20.

4. Для вычерчивания мебели в заданном масштабе воспользоваться масштабом высоты и перспективным масштабом.

5. Для построения теней объектов [при выбранном месте источника света (лампы)—точки S^*] на соответствующую плоскость (или поверхность) должна быть построена проекция (выбранного) источника света на эту же плоскость. Построение тени исполнять, как указано в § 30.

6. При построении перспективы объектов в заданном масштабе на представленной работе должен быть вычерчен линейный масштаб.

7. При работе над картиной соблюдать законы живописи.

8. Все вспомогательные линии построения на картине должны быть сохранены.

9. Последовательный ход построения указать стрелками.

Вопросы для самопроверки.

1. Что называют тенью точки и как ее построить?

2. Что такое контур собственной тени и какая связь между ним и собственной тенью?

3. Что такое иррадиация и одновременный контраст?

4. Какое пространство называется тенью?

5. Что такое теневая поверхность и какие формы она имеет?

6. Что называют падающей тенью и падающими полутенями?

7. Что называют полной тенью предмета?

8. Чем характерна тень от рассеянного света?

9. От чего зависит сила света?

10. В чем заключается пограничный контраст?
11. Чем объясняется, что собственные тени слабее падающих теней?
12. Чем объясняется, что собственные тени у основания предметов кажутся более светлыми, чем у верха их?
13. В чем сущность метода обратных лучей?
14. Чем объясняется ослабление падающих теней при удалении освещаемого предмета от поверхности?
15. Чем объясняется, что полутени ослабевают по мере приближения к своим внешним границам?
16. Как называется отраженный свет?
17. Что называют обертывающим пучком света?

Л и т е р а т у р а

А. И. Добряков, Курс начертательной геометрии, § 49.
Г. А. Владимирский, Перспектива, § 12.
Настоящее пособие, § 29—30.

Задание 22

Тема. Построение перспективы теней от архитектурных объектов при солнечном освещении.

Целевое назначение.

1. Изучение построений перспективных изображений методом архитекторов.
2. Изучение построений перспективных изображений методом, указанным в настоящем пособии (§ 39, пример 70, рис. 184).
3. Изучение построений перспективы теней от архитектурных объектов при заданном положении солнца.

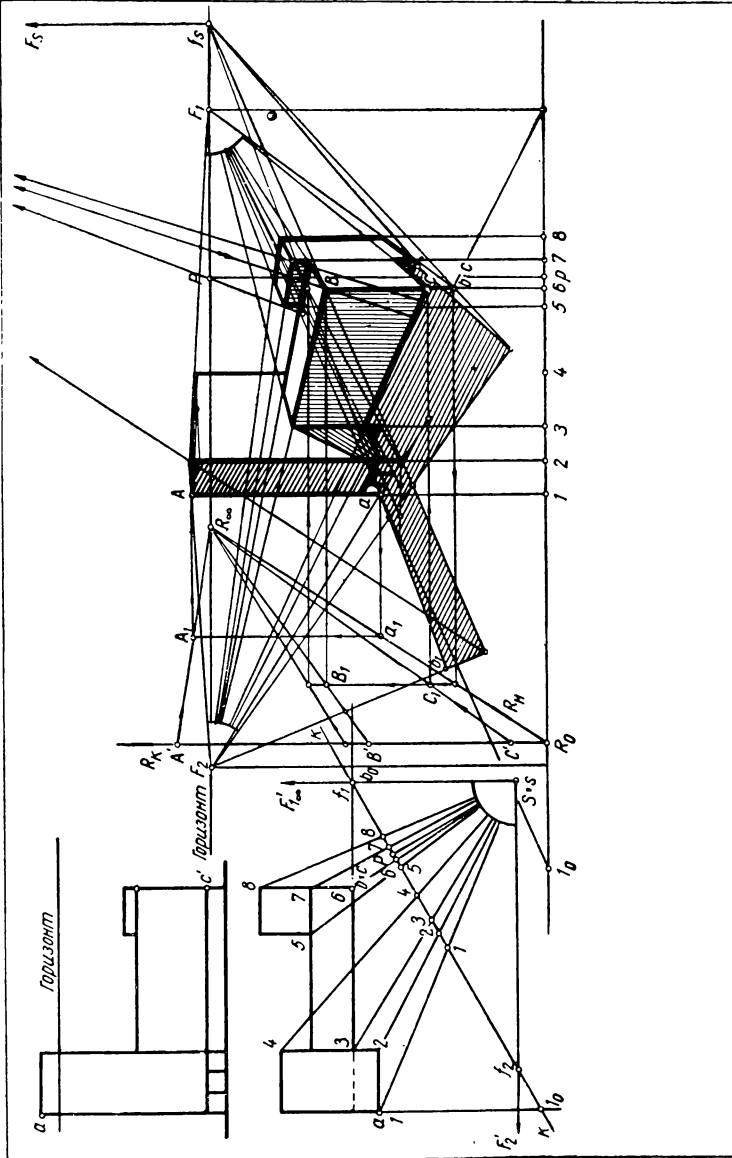
Содержание.

1. Построить перспективное изображение одного из следующих архитектурных объектов: здания или части здания, памятника, трибуны, башни и т. п.
2. Построить тень при солнечном освещении от изображаемого объекта.

Пример выполнения работы представлен на рисунках 183 — 184, 199.

Оформление. См. задание 17.

Последовательность выполнения. См. § 2, пункты: а, б, в, г.



ПЕРСПЕКТИВА ТЕНЕЙ

22

Чертил	Федуров В	10.10.64	
Проверил	МГЗПИ		
			60139

Руководящие указания.

1. Перед выполнением работы рекомендуется построить эскиз (на отдельном листе) предполагаемой картины и нанести на объекте необходимые размеры.

2. Определить и вычертить линейный масштаб изображаемого объекта.

3. Построить план и фасад объекта в масштабе.

4. Определить и вычертить линейный масштаб картины, причем масштаб для картины рекомендуется взять в два раза больше с тем, чтобы перспективное изображение получилось достаточно крупным.

5. Перспективное изображение объекта построить методом архитекторов или методом, указанным в § 39 (пример 70, рис. 183). Для построения высот точек объекта применить способ боковой стены.

6. На построенной картине выбрать нужное направление солнечных лучей, чтобы наилучшим образом при помощи построенной перспективы теней выявить формы объекта.

7. Произвести отмывки падающих и собственных теней с учетом освещения и воздушной перспективы.

8. Все вспомогательные линии построения на картине должны быть сохранены.

9. Последовательный ход построения указать стрелками.

Вопросы для самопроверки.

1. В чем состоит метод архитекторов?

2. Как могут быть заданы источники света в перспективе при солнечном освещении?

3. От чего зависит реальность построения перспектив теней при солнечном освещении?

4. Где на картине должно быть изображение солнца, если оно находится перед зрителем?

5. Возможно ли на картине изобразить положение солнца, если оно находится сзади (или за спиной) зрителя?

6. Какие следует задать элементы на картине для построения перспектив теней, если солнце находится в мнимом пространстве?

7. Какие должны быть заданы на картине элементы, обеспечивающие построение перспектив теней при любом положении солнца?

8. От чего зависит наилучшее выявление перспективы рельефа изображаемого объекта и какими средствами это достигается?

9. Чем объясняется, что рефлекс от земли сильнее внизу, чем сверху?

10. При каком положении солнца его изображение на картине совпадает с предельной точкой перспектив световых лучей и при каком положении не совпадает?

11. При каком положении солнца его изображение и точка схода перспектив солнечных лучей не изображаются на картине?

12. Как строится перспектива теней, когда заданный объект и солнце находятся в плоскости главного вертикала?

Литература

- А. И. Добряков, Начертательная геометрия, § 43, 47, 48.
Г. А. Владимирский, Перспектива, § 14, 16.
Настоящее пособие, § 29—32, 39.

Задание 23

Тема. Перспектива отражений в плоских зеркальных поверхностях.

Целевое назначение.

1. Изучение построений перспективных отражений в плоских зеркалах различного положения.

2. Изучение построений перспективных отражений в спокойной поверхности воды.

Содержание.

1. Построить перспективу отражений в плоских зеркалах следующих положений: а) общего, б) восходящего или нисходящего.

2. Построить перспективу отражений в спокойной поверхности воды.

Пример выполнения работы представлен на рисунке 200.

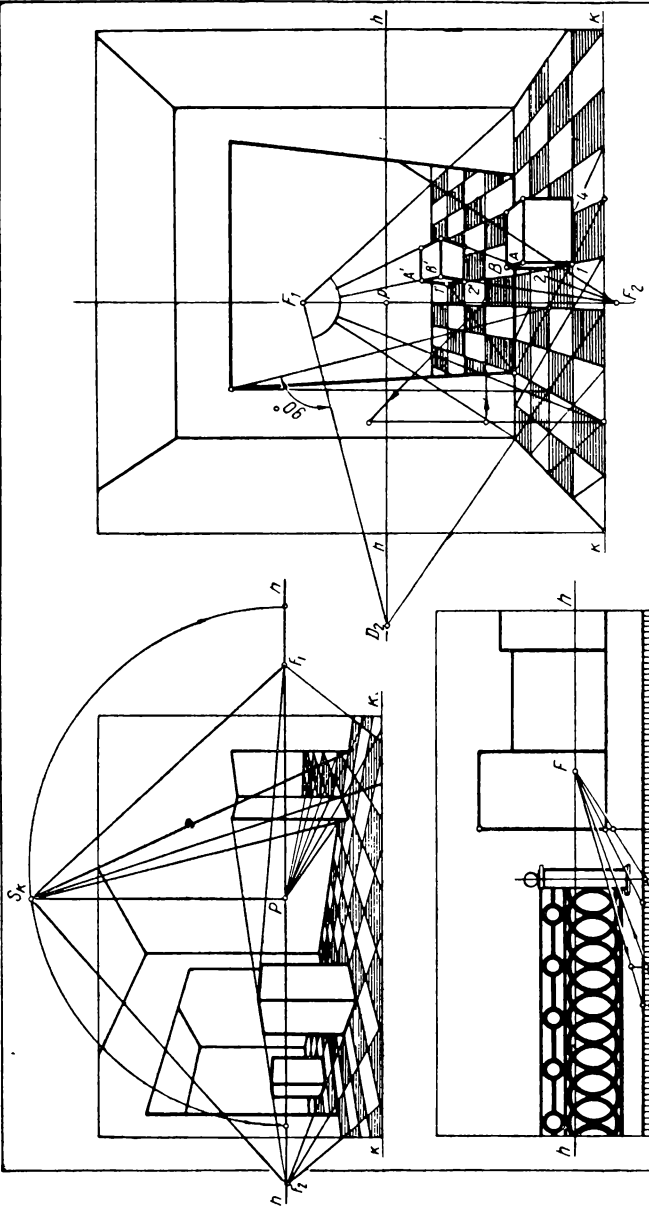
Оформление. См. задание 17.

Последовательность выполнения. См. § 2, пункты: а, б, в, г.

Руководящие указания.

1. Перед исполнением работы (на отдельном листе) рекомендуется построить соответствующий эскиз предполагаемого интерьера помещения.

2. Высоту комнаты взять по своему усмотрению.



ПЕРСПЕКТИВА		23
чиртил Причина	Гуров К 7.5.64	ХГФ 62026
		МГЭПИ

Рис. 200

3. Масштаб для построения картины — 1:20.
4. Пол помещения паркетный.
5. Перспективу пола строить при доступных точках схода его плинтусов.
6. Зеркала разместить так, чтобы перспективное отражение объектов было наилучшим.
7. Вычертить дверные проемы в другие помещения (размеры проемов по усмотрению автора).
8. Пользуясь линейным масштабом картины, определить натуральные размеры (ширину, длину) у одного из изображенных объектов.
9. При построении перспективы отражений в спокойной поверхности воды изображаемые объекты разместить на разном удалении от ее поверхности, но с таким расчетом, чтобы их отражения были видны в зеркальной поверхности воды. Для этой цели в качестве подсобного материала рекомендуется воспользоваться фотоснимками, открытками и т. п.
10. Работая над картиной, намечайте композиционный центр ее и соблюдайте законы живописи.
11. Все вспомогательные линии построения на картине должны быть сохранены.
12. Последовательный ход построения указать стрелками.

Вопросы для самопроверки.

1. На каких законах основано построение перспектив отражений в плоских зеркалах?
2. От чего зависит отражение света?
3. При какой степени чистоты обработки отражающая поверхность может дать отчетливое отражение?
4. Перечислите законы отражения лучей света от плоской зеркальной поверхности.
5. Какие тела отражают свет?
6. Влияет ли цвет тела на отражение света?

Л и т е р а т у р а

- А. И. Добряков, Начертательная геометрия, § 49.
Г. А. Владимирский, Перспектива, § 13.
Настоящее пособие, § 33—37.

Задание 24

Тема. Перспективный анализ и реконструкция картины.

Целевое назначение.

1. Углубление знаний по изучению перспективных построений.

2. Приобретение навыков в построении основных элементов картины по ее репродукции или фотографии.

3. Приобретение навыков в определении действительных размеров, формы и положения объектов, изображенных на картине или фотографии.

Содержание.

1. На заданной картине или фотографии построить основные элементы картины.

2. Определить размеры, формы и положение в пространстве одного из объектов, представленных на картине.

3. Определить композиционный центр картины.

Пример выполнения работы представлен на рисунке 201.

Оформление. См. задание 17.

Последовательность выполнения. См. § 2, пункты: а, б, в, г.

Руководящие указания.

1. Для перспективного анализа картины рекомендуется подбирать такую репродукцию или фотографию, на которой точки схода, определяющие совмещенную точку зрения, помещались бы в пределах поля чертежа; при недоступных точках схода решение задачи потребует дополнительных построений, что усложнит работу.

2. При недоступных точках схода решение выполнять методом большой и малой картины.

3. Выбрав для реконструкции фотографию или репродукцию картины, наклеить ее на лист формата 12 так, чтобы наклеенная фотография не попадала на линию сгиба листа.

4. Перспективный анализ и реконструкцию выполнять непосредственно на картине или фотографии.

5. Линии построения выполнять на темном фоне белым цветом, на белом — черным цветом.

6. Установить масштаб картины по косвенным признакам.

7. Произвести реконструкцию одного или двух объектов картины.

8. Определить композиционный центр картины и дать его обоснование.

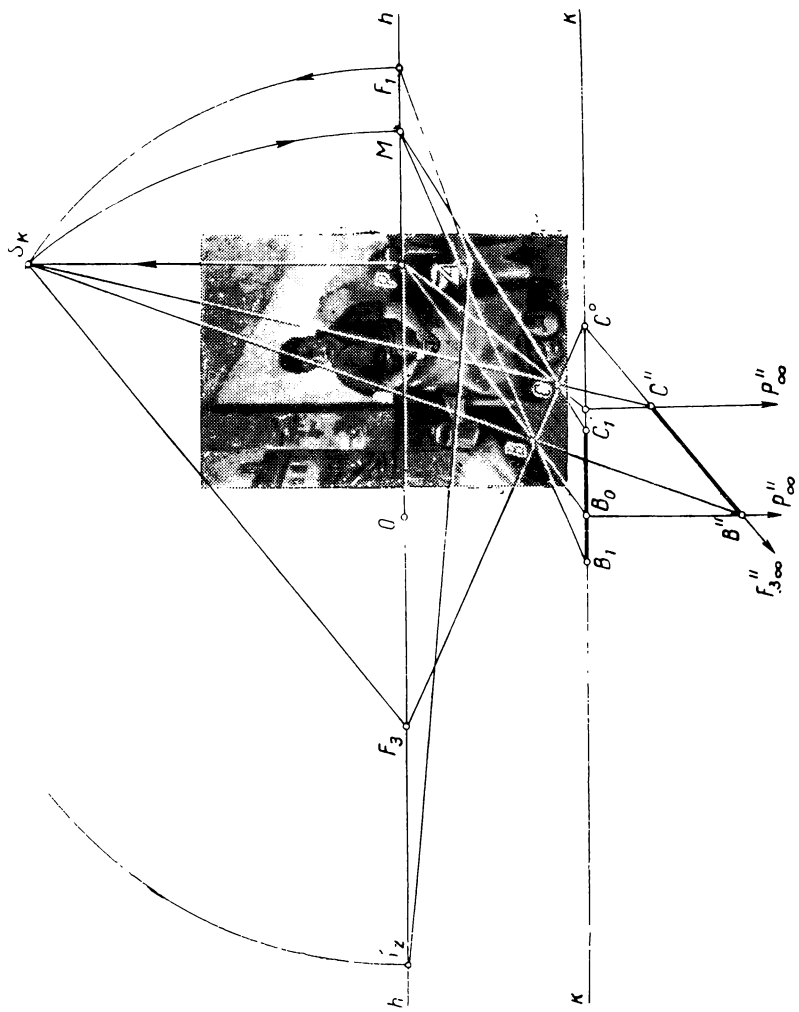


Рис. 201

9. Все вспомогательные линии построения на картине должны быть сохранены.

10. Все точки, участвующие в гомологических построениях, обозначить.

11. Последовательный ход построения указать стрелками.

Вопросы для самопроверки.

1. Что такое перспективный анализ картины?

2. Определяет ли перспектива тела на плоскости форму, размер, положение тела в пространстве?

3. Сколько нужно иметь параметров, чтобы по перспективе квадрата определить его натуральную величину?

4. Что называется реконструкцией картины?

5. Что необходимо иметь к заданной перспективе для определения ее реконструкции?

6. Что такое взаимно независимые параметры?

7. Сколько нужно задать (или иметь) дополнительных условий для определения формы, размеров и положения объекта по заданной его перспективе?

8. Какое перспективное изображение считается наглядным?

9. Что такое оптические элементы картины?

10. Что такое поле ясного зрения?

11. Что такое угол зрения картины?

12. Что такое наибольший угол зрения данного предмета?

Л и т е р а т у р а

А. И. Добряков, Начертательная геометрия, § 50.

Е. С. Тимрот, Начертательная геометрия. Реконструкция архитектурных перспектив.

Настоящее пособие, § 38.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Глаголев, Начертательная геометрия, М., Гостехиздат, 1953.
2. Н. Ф. Четверухин, Проективная геометрия, М., Учпедгиз, 1953.
3. Н. А. Рынин, Перспектива, Петроград, 1918.
4. Г. А. Владимирский, Перспектива, М., Учпедгиз, 1958.
5. Е. С. Тимрот, Начертательная геометрия, М., Госстройиздат, 1962.
6. А. П. Барышников, Перспектива, М., «Искусство», 1955.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Обозначения	3
Литература	4
I. Выполнение контрольных работ по перспективе	
§ 1. Общие указания	5
§ 2. Рекомендации по выполнению контрольной работы	5
§ 3. Техника работы акварельными красками	11
§ 4. Рецензирование контрольных работ	13
§ 5. Зачет и экзамен по курсу	13
II. Краткие теоретические указания к выполнению контрольных работ	
<i>Предварительные понятия</i>	
§ 6. Линейная перспектива	15
§ 7. Основные понятия	15
§ 8. Основная терминология и определения	17
§ 9. Координатная система проектирующего аппарата	22
§ 10. Основные элементы картины	22
<i>Точка и прямая</i>	
§ 11. Перспектива точки, расположенной в предметном пространстве	24
§ 12. Перспектива точки, расположенной в картинной плоскости	26
§ 13. Перспектива точки, расположенной в предметной плоскости	27
§ 14. Координирование точек в предметном пространстве	28
§ 15. Перспектива отрезка прямой, расположенной в предметном пространстве	30
§ 16. Предельная точка прямой	32
§ 17. Линия горизонта	33
§ 18. Точка схода параллельных прямых	35
§ 19. Следы прямой	37
§ 20. Различные положения прямой линии относительно картинной и предметной плоскостей	39
§ 21. Масштаб широт	47
§ 22. Масштаб высот	48
§ 23. Масштаб глубин. Дистанционная точка	50
§ 24. Перспективный масштаб	52
§ 25. Деление и увеличение отрезка, заданного в перспективе	56
§ 26. Перспективное соответствие плоскости объекта с картинной плоскостью. Гомология	59
§ 27. Построение окружности и квадрата в перспективе	68
§ 28. Метод малой и большой картины	76

Построение теней в перспективе

§ 29. Общие сведения	82
§ 30. Построение перспективы теней при центральном освещении	87
§ 31. Построение перспективы теней при солнечном освещении	92
§ 32. Метод архитекторов	109

Перспектива отражений в плоских зеркальных поверхностях

§ 33. Физические законы отражения	112
§ 34. Отражение в зеркалах, перпендикулярных к предметной и картинной плоскостям	114
§ 35. Отражение в зеркалах, наклонных к предметной и картинной плоскостям	117
§ 36. Отражение в зеркалах восходящего и нисходящего положений	119
§ 37. Отражение в спокойной поверхности воды	124
§ 38. Перспективный анализ и реконструкция картины	126
§ 39. Выбор положения картинной плоскости	135
§ 40. Примеры на все отделы перспективы	142

III. Контрольные работы и методические указания по темам

Контрольная работа № 5

Задание 17	149
Задание 18	153
Задание 19	156
Задание 20	159

Контрольная работа № 6

Задание 21	161
Задание 22	164
Задание 23	167
Задание 24	170
Использованная литература	173

Аркадий Григорьевич Яблонский

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ
(перспектива)

Редактор *В. С. Капустина.*

Технический редактор *В. Ф. Коскина.*

Корректор *Т. А. Кузнецова.*

Сдано в набор 3/VIII 1965 г. Подписано к печати 15/XII 1965 г. $84 \times 108^{1/32}$. Печ. л. 5,5 (9,24). Уч.-изд. л. 8,59. Тираж 8000 экз. Заказ № 492. Издательство «Просвещение» Государственного комитета Совета Министров РСФСР по печати. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41. Типография издательства «Звезда», Минск, Ленинский проспект, 79.
Цена 24 к.

Цена 24 коп.

357
Я146